НАСТАВНИКЪ

ИЛИ

ВСЕОБЩАЯ СИСТЕМА ВОСПИТАНІЯ
ПРЕПОДАЮЩАЯ
ПЕРВЫЯ ОСНОВАНІЯ УЧЕНОСТИ.

СОЧИНЕНІЕ АНГЛИНСКОЕ,
ВЪ
двунадесяти частяхъ,

Часть Вторая.

О Математикѣ, наукѣ чиселъ и Землемѣріи.

Съ Нѣмецкаго языка на Россійскій переложено 1788 года. Намѣстничества Московскаго, Клинской Округи, въ Сельцѣ Михалевѣ.

Въ Санктпетербургѣ.
Въ Типографіи Горнаго Училища 1790.

ВВЕДЕНІЕ
О
МАѲЕМАТИКѢ ВООБЩЕ.

****

1 е.

Окружающія насъ вещества со вниманіемъ разсматривая, видимъ на оныхъ, сверхъ иныхъ свойствъ, что могутъ быти увеличиваемы и уменьшаемы; свойство, всѣмъ прочимъ *безчисленнымъ веществамъ въ природѣ, есть общее, зовущееся количествомъ*: къ которому сопринадлежитъ, не только протяженіе тѣла веществъ; но число оныхъ и множество.

2 е.

Количество познается двоеразлично: или чрезъ единое непосредственное изображеніе того въ мысляхъ нашихъ; или чрезъ сличенія съ другимъ какимъ либо, извѣстнымъ же намъ, количествомъ. Напримѣръ: длину аршина, фута, познаю вдругъ мысленно; разстояніе же одного дома отъ другаго, мѣрою. Напримѣръ въ шагахъ, сколько числомъ шаговъ отъ одного до другаго прямою чертою. Положимъ, что такое разстояніе состоитъ во стѣ шагахъ. Сіе называется учиненнымъ уже отъ насъ измѣреніемъ разстоянія сего. И тако мѣрять, или измѣрять, есть ничто иное, какъ разстояніе неизвѣстное намъ съ извѣстнымъ сличая, опредѣлять оное. Таковая извѣстная величина, ко установленію величины неизвѣстной служащая, именуется мѣра. Должно замѣтить, что слово мѣрять во обширнѣйшемъ пріемлется смыслѣ Математиками, нежели пріемлется же обычайно въ жизни человѣческой: что понять можно изъ положеннаго уже нами обьясненія. Напримѣръ: лежитъ предо мною куча денегъ. Разсматриваю я сколько въ кучѣ сей веществъ одного рода, положимъ, рублей. Математикъ скажетъ:.... *измѣрить*, во общей же жизни говорится: *счесть*. Неизвѣстный вѣсъ какого либо тѣла, чрезъ извѣстный другаго, опознавати, есть такъ же родъ измѣренія; но обычайно говорится въ такомъ случаѣ не мѣрять а вѣсить, и такъ далѣе.

3 е.

Такое измѣреніе дѣлается двоякимъ образомъ: или чрезъ не посредственное какое либо сравненіе, то есть, когда я извѣстное нѣкоторое протяженіе, сличаю съ другимъ такимъ же неизвѣстнымъ протяженіемъ же, дабы увидѣть мнѣ, сколько первыхъ замыкаетъ въ себѣ второе; или чрезъ единыя мои заключенія производя сличеніе таковое. Послѣдній образъ служитъ въ задачахъ Астрономическихъ ко узнанію разстоянія солнца и подвижныхъ звѣздъ отъ земли: орудія, до сего принадлежащія, дѣлаются особыми художниками; другій же образъ измѣренія не требуетъ пособія особливаго, хотя и необходимъ во измѣреніи всего существующаго на земной поверхности. По сему Математику тако толковати можно: „Наука, обьясняющая „ естество и свойство величинъ, и „ показующая, какъ помощію вели„ чинъ извѣстныхъ, величины неиз„ вѣстныя познавати.„

4 е.

Разсматривая мы величины, разсматриваемъ ихъ или вообще, или вЪ веществахЪ порознь. Первое производитЪ, такЪ называемую, *Математику чистую*, другое же *смѣшенную*, или *уподобительную*. Разсматриванїе, напримѣрЪ шара вообще, принадлежитЪ кЪ *Математикѣ чистой*; разсматриванїе вселенной вЪ видѣ шара, и изслѣдованїе величины онаго, кЪ *смѣшенной*, или *уподобительной Математикѣ*.

5 е.

Математика чистая заключается вЪ наукахЪ Арифметикѣ или числительной, и Геометрїи, или измѣрїтельной. Преподаватели науки сей обычайно раздѣляютЪ ее на Арифметику, Геометрїю, Тригонометрїю и Альгебру. При семЪ слѣдующїя раздѣленія величинЪ кЪ примѣчанїю нужны. Величину разсматриваемЪ или просто по числу частей величины какой либо, или по цѣлости оной, то есть, совокупленіи всѣхъ частей во едино, не взирая на то, что части сіи составляютъ ли между собою связь или не составляютъ. Послѣднее зовется величинами премѣнными и такъ же числами, или тогда же совокупно замѣчаются взаимная частей связь и оныхъ порядокъ. Послѣдняго сего рода величины, коихъ части взаимно связуются, и составляютъ нѣкое особое вещество, слывутъ величинами непремѣнными. Напримѣръ, восемь человѣковъ, шесть коней, десять звѣздъ, суть величины непремѣнныя. Я тогда изображаю въ мысляхъ токмо нѣкоторыя извѣстныя вещества совокупно, какъ бы вещество единое, оставляя, что сіи восемь человѣкъ, шесть коней, десять звѣздъ, имѣютъ ли дѣйствительно какую либо связь взаимную.

НапротивЪ, черта, шарЪ, суть величины непремѣнныя, ибо части черты и шара, состоятЪ вЪ непремѣнной связи и одна другой касается. О величинахЪ же премѣнныхЪ преподаетЪ Арифметика, о непремѣнныхЪ же Геометрїа: о тѣхЪ же и другихЪ Тригонометрїа и Альгебра. Тригонометрїею научаемся по нѣкоторымЪ частямЪ треугольника извѣстнымЪ, находить прочїя неизвѣстныя. Альгебра, свойственно ко Арифметикѣ принадлежащая, и потому зовущаяся Арифметикою повсемѣстною, разыскиваетЪ величины неизвѣстныя извѣстными, по взаимо-соотвѣтствїю оныхЪ сЪ веществами извѣстными, чрезЪ посредство сличенїй. Сличенїя происходятЪ, егда единую величину двообразно изражаемЪ. НапримѣрЪ 50 копѣекЪ и двѣ четверти рублевика, учиняютЪ количество равное и оба зовутся полшиною. Во Альгебрѣ, вмѣсто цыфровъ, употребляются буквы знаками общими. Альгебру именуютъ такъ же наукою раздробленія, хотя нѣкоторые между сихъ двухъ назвищъ различіе поставляютъ. Состоитъ оная изъ частей разныхъ; пространнѣе вдаваться въ толкованіе объ Альгебрѣ, не позволяетъ качество сего сочиненія моего.

6 е.

Части и предѣлы Математики уподобительной, не попускаютъ опредѣлять себя; ибо могутъ замыкать въ себѣ столь же много различій, сколько существуетъ въ природѣ предмѣтовъ, подлежащихъ ко изслѣдованію своихъ величинъ. Обычайныя же таковыя изслѣдованія, въ книгахъ математическихъ преподаемыя, суть: *Статика*, или наука о вѣсахъ;

Механика, *Гидростатика*, *Гидравлика*, *Аэрометрія*, *Оптика*, *Катоптрика*, *Діоптрика*, *Преспектива*, *Астрономія*, *Географія*, *Хронологія*, *Гномоника*, *Архитектура* военная и гражданская. *Статика*, толкуетъ о равновѣсіи твердыхъ тѣлесъ, *Механика* же оныхъ движенія. О равновѣсіи тѣлесъ жидкихъ *Гидростатика*; о движеніи же оныхъ *Гидравлика*. Воздухъ есть предмѣтъ *Аэрометріи*. О лучахъ солнечныхъ, прямою чертою падающихъ, *Оптика*; объ нихъ же дѣйствуемыхъ надъ зеркалами, *Катоптрика*; надъ тѣлами прозрачными, како въ нихъ преломляются, *Діоптрика*. Чрезъ преломленіе лучей, разумѣется свойство оныхъ, по коему склоняются отъ начатка прямизны чертъ своихъ, коснувшися какому либо углу, входя изъ тончайшаго вещества въ плотнѣйшее,

[illegible]

[illegible] изъ сего въ первое. *Преспективою* научаемся узнавать плоскости тѣлъ, какъ оныя зрѣнію нашему подпадаютъ. Наука о движеніи небесныхъ тѣлъ, объ ихъ величинахъ и отдаленіи отъ насъ, слыветъ *Астрономія*; размѣреніе мѣстъ на земной поверхности, *Географія*; раздѣленіе временъ *Хронологія*; правила, по коимъ дѣлаются показатели частей суточныхъ, по тѣнямъ солнечнымъ и отъ иныхъ свѣтилъ небесныхъ, *Гномоника*. Всякія зданія строить изъѣмисто, прочно и пріятно для глазъ, наука строебная или гражданская *Архитектура*; укрѣплять селенія и учинять ихъ трудными къ преодоленію, къ защищенію же удобными, *Архитектура* военная, до которой принадлежатъ, яко части ея Артиллерія, или наука объ оружіяхъ и употребленіи оныхъ.

Послѣдніе два рода Архитектуры, вЪ строгомЪ смыслѣ, не суть обычайныя части Математики; ибо нужны для оныхЪ еще многія побочныя свѣденія, чуждыя вЪ Математикѣ. Однако же сопричисляются кЪ ней по нуждѣ и необходимости, особливо же по тому, что основаны на правилахЪ математическихЪ и весьма уже давно кЪ наукѣ сей причисляемы суть.

7 е.

ОбразЪ преподаванія Математики, примышленный вЪ новѣйшія времена, столь прославился за свою изящность, что не безполезно и здѣсь подать о немЪ краткое понятіе, хотя сіе свойственно надлежитЪ до Логики. НачинаютЪ преподаваніе сіе изъясненіями; потомЪ показуютЪ коренныя основанія: сирѣчь, такія правила, коихЪ слова сами по себѣ означаютъ точный свой смыслъ. Далѣе, приступаютъ къ прочимъ сословіямъ единаго и того же требующимъ доказательства, коихъ истинна изыскуется предъидущими обьясненіями и коренными основаніями. Гдѣ нужно, ставятъ примѣчанія и приводятъ примѣры изъ книгъ и случаевъ. При семъ томъ, имѣя за законъ, ни о чемъ таковомъ не говорить, что прежде не истолковано было довольно; ничего не доказывать, что не имѣетъ очевидныя ясности, или не доказуется совершенно предъидущими обьясненіями.

8 е.

Обьясненія суть двухъ родовъ, иногда означаются токмо нѣкоторые признаки, по которымъ каждая вещь отличается отъ всякихъ иныхъ, и сіе зовется *словесное обьясненіе*;

иногда же упоминаемЪ, какЪ вещь какая либо возможна, или произойти можетЪ: такое обьясненіе слыветЪ *обьясненіемЪ вещей*. НапримѣрЪ, кругЪ есть фигура, коей всѣ точки окруженія равно отстоятЪ отЪ средоточія фигуры своей. Сіе есть *обьясненіе словесное*. СкажемЪ ли же: кругЪ изображается; егда обводимЪ черту около неподвижныя точки: сіе есть *обьясненіе вещи*.

9 е.

Егда коренныя основанія только что извѣстныя нѣкоторыя истинны доказуютЪ, не обязывая при томЪ насЪ дѣлать что либо: такія коренныя основанія зовутся *Аксіомами*, инако же *требованіями*, или *постулатами*. НапримѣрЪ: цѣлое содержитЪ столько же, елико всѣ онаго части совокупно, есть *Аксіома*.

Отъ одной неподвижной точки можно проводить прямую черту до таковой же другой, есть *постулатъ*.

10 е.

Положеніями или посылками, логически говоря, естьли истинны, въ нихъ замыкающіяся, надобно изразить просто, или нѣчто тако ли или не тако; или нужно что либо къ произведенію въ дѣйство. Посылки перваго рода зовутся *правилами* или *теоремами*, втораго же *задачами* или *проблемами*. И тѣ, и другія, вообще, *положеніями* или *посылками*. Напримѣръ, предложеніе есть, егда двѣ черты пресѣкаются взаимно, то учиняемые ими два угла, равны. По двумъ даннымъ чертамъ и одному углу начертить треугольникъ, есть *задача*. Всякое правило, или *теорема* имѣетъ двѣ главныя части; *положеніе* и *доказательство*. Первое замыкаетъ въ себѣ пріемлемое или отвергаемое; второе же показуетъ взаимно соотвѣтствіе предложенія сего съ положеніями предъидущими. Всякая *задача* дѣлится на трое: задача сама по себѣ; рѣшеніе оныя, сирѣчь, какъ сіе, или иное что либо, учинити можно и доказательство, что желаемое учиниться можно, егда по рѣшенію въ точности будетъ поступлено.

11 е.

Положенія, непосредственно проистекающія отъ положеній доказанныхъ уже, именуются *придатками* или слѣдствіями [короларіями] и легко видимы, что суть свойственно *теоремы*, коихъ доказательства исходятъ отъ положенія другихъ. Напримѣръ, валовое число трехъ угловъ во одномъ треугольникѣ, равна двумЪ прямымЪ угламЪ. ИзЪ сего слѣдуетЪ, что треугольникЪ, о которомЪ слово, не можетЪ имѣть двухЪ прямыхЪ угловЪ. Сїе и подобное тому именуютЪ *слѣдствїями*. Примѣчанїя содержатЪ вЪ себѣ потребное ко обьясненїю Исторїи, или ударенїя, надлежащїя до какого либо положенїя.

12 е.

СверхЪ приводимыхЪ здѣсь положенїй, которыя обычайны суть, есть вЪ Математикѣ еще нѣкоторыя и другїя. Иногда берется положенїе изЪ какой либо другой науки, по нуждѣ кЪ доказательству. Такїя положенїя слывутЪ заимствуемыми [леммами]. Иногда употребляются положенїя, непосредственно истекающїя не только отЪ качества доказуемыя вещи, но и отЪ качествЪ же вещей другихЪ: зовутся *произ-*

вольнымъ [гипощезесами], коихъ во Арифмешикѣ считаюшъ до десяши. Напримѣръ: всякій кругъ дѣлимъ мы на триста шестьдесятъ частей, именуя части сіи степеньми, и тому подобное. Число сіе установлено не по необходимости, но по произволу токмо, для удобнѣйшаго размѣренія: а пришомъ и введеннаго во обыч... Еще замѣтить должно, что слово *гипотезисъ*, пріемлется Машемашиками и во иномъ смыслѣ, да и зовется ими *условіемъ*; и такъ же, напримѣръ: въ треугольникѣ когда всѣ бока равны, то равны же въ немъ и всѣ его углы. Что всѣ углы въ треугольникѣ равны между собою, есть условіе; а что всѣ такъ же равны и бока онаго, положеніе есть, *положеніе* иногда положеніе состоитъ и въ одномъ токмо *трисловіи*: напримѣръ, скажу ли я, *въ прямо-*

угольномъ треугольникѣ квадратъ долгайшаго бока, равенъ суммѣ квадратовъ двухъ боковъ прочихъ. Смыслъ таковый ударяетъ токмо на прямоугольный; а не на всякій триугольникъ. Слово *прямо-угольный*, содержитъ въ себѣ все условіе предложенія.

13 е.

Доказательства геометрическія двухъ родовъ, *прямыя* и *косвенныя*. Первыми непосредственно приступаютъ къ положенію доказуемому другими положеніями; вторыми же пріемлется смыслъ противный за истинну, и выводятъ заключеніе, доколѣ ложность онаго сама собою не откроется очевидно. Проистекаетъ ли отъ противу-положенія таковаго нѣчто нелѣпое, или ошибочное, потому и находятъ, что противо-положеніе есть ошибочно:

слѣдовательно прямое положеніе есть истинно. И тако познается истинна положенія, чрезъ ложность противнаго оному.

14 е.

О пользахъ Математики простираться не позволяетъ краткость сочиненія сего. Главная же причина, которыя ради каждый отрокъ, наукамъ посвящающій себя, или который хотя токмо отечеству годнымъ учиниться хощетъ, по крайней мѣрѣ, подражательно предкамъ нашимъ, вѣдати долженъ первыя основанія сей науки. Пользы отъ того, вкратцѣ упоминая; слѣдующія суть:

Во первыхъ, укрѣпляютъ умъ, пріучая оный правильно и порядочно доказывать выученное. Математика, между всѣми науками, коими просвѣщается человѣкъ, есть основательнѣе и не погрѣшительнѣе: помощію оныя опознаются истинны несомнѣнныя.

Во вторыхъ. Всѣ науки, всѣ художества, Математику имѣютъ основанïемъ своимъ. Безъ ней не снискуются ни какïя познанïя безошибочныя въ природѣ, даже и въ самой Богословïи, наукахъ: врачебной и судебной, требующихъ необходимо ея вспомоществованïя. Не довольно ли и сего ко утвержденïю пользы и изящности Математики, то не остается уже ничего на земномъ кругѣ полезнаго и истиннаго во очевидности.

Теперь начинаю вливать юнымъ любителямъ наукъ предшествïе вкуса къ Математикѣ, истолкованïемъ нужнѣйшихъ ея частей, предуготовляя ихъ, такимъ образомъ, къ чтенïю книгъ Математическихъ, которыя познанïя ихъ усовершенствовать могутъ.

АРИФМЕТИКА.

****

1 е.

Какъ Арифметика, по упомянутому въ пятой статьѣ вступленія, преподаетъ о величинахъ непремѣнныхъ, или говоря яснѣе, есть наука показующая сущность и свойства чиселъ, и какъ чрезъ нѣкоторыя извѣстныя числа, находить другія неизвѣстныя: вообще зовется сіе *исчислять*, то нужно предположить о числахъ вообще нѣсколько обьясненій, прежде нежели приступимъ къ толкованію о свойствахъ оныхъ.

2 е.

Каждую величину, слѣдовательно и каждую вещь, можно принимать мѣрою чего либо, и чрезъ то многія иныя величины, другихЪ же вещей единаго рода, опредѣлять мѣрою. Таковою принятая величина зовется *единница*; другія же ею опредѣляемыя, *числомЪ*. Напримѣръ количество денегЪ *единницею* рубля измѣряемое, естьли будетЪ вЪ 200 рубляхЪ, то рубль пріемлется *единницею*; а 200 *числомЪ*. Однако же не было необходимо принимати рубль *единницею*, ибо могЪ бы я избрать кЪ тому и иную какую либо монету, напримѣрЪ *имперіалЪ*. ВЪ такомЪ случаѣ *единница* будетЪ *имперіалЪ*, а число 20, прежде нежели начну считать деньги, то разумѣю количество ихЪ, просто *величиною*, ибо не знаю еще точно, вЪ чѣмЪ состоитЪ денегЪ количество; а знаю только то, что количество ихЪ можетЪ быть прибавлено, или убавлено. ЧрезЪ измѣреніе сего количества рублями, или имперïалами, выходитъ число денегъ. И тако величина становится числомъ, егда ее, съ другою нѣкоею величиною, или единницею, сличаю и опредѣляю.

3 е.

Два паденïя случаевъ находимъ при томъ: *величина*, которую хотимъ превратить въ *число*, бываетъ или болѣе нежели *единница*, такъ что послѣдняя нѣсколько разъ долженствуетъ повторяться для составленïя *числа*. Сего рода число именуемъ *цѣлымъ*, и есть ни что иное, какъ множество единницъ; или величина, которую опредѣлять хотимъ, менѣе, нежели *единница*, такъ, что надобно бываетъ прежде послѣднею раздробить на части, дабы опредѣлить, елико потребно таковыхъ частей ко опредѣляемой нами *величинѣ*. Такïя числа зовутся *ломаными*, и произ-

[illegible]
ходишь отъ раздробленія единницы на части, дабы взять намъ одну, или нѣкоторыя токмо изъ оныхъ. Яснѣе увидѣть можно то въ чертахъ.

А
1 — 1 — 1
Б
1 — 1 — 1 — 1
В
1 — 1

Возмемъ черту А за единницу, дабы опредѣлить намъ черты же Б и В, сличая черту Б съ чертою А, найдемъ что первая длиннѣе второй и содержитъ оныхъ полными 3; и тако черта Б, относительно къ чертѣ А есть цѣлое число, то есть 3. Положимъ теперь черту А единницею, а черту В величиною, которую опредѣлить должны мы. Вижу, что черта В менѣе нежели единница, слѣдовательно не могу инако опредѣлить ее, какъ взявъ черту А многажды. Раздѣлю ли черту А на двѣ равныя части и будетъ каждая составлять черту В, по сему черта В относительно къ чертѣ А, есть *ломка*, или инако половина оныя.

4 е.

Происходитъ что одно и то же число не можетъ ударять на единницы разныхъ родовъ, ибо произходитъ то, егда беру я одинакія единницы нѣсколько разъ, или части токмо оныхъ. Далѣе, числа не на одинакія единницы ударяющія, никакъ не могутъ быть превращены въ число единственное. Напримѣръ, шесть коней и три звѣзды не могутъ быть изчисляемы въ совокупности. Напротивъ, шесть коней и 3 коня, или шесть звѣздъ и 3 звѣзды, удобно превращаются въ число единственное. Къ примѣчанію здѣсь, что числа на одинакія единницы ударяющія, напримѣръ 6 коней и 3 коня, суть *однородныя*, или *гомогены;*

а 6 коней и 3 звѣзды *не однородныя,* или *гетерогены.* Подобное же раздѣленіе имѣетъ силу и относительно къ величинамъ вообще, зовущимся *однородными,* егда ударяютъ на величины *однородныя* себѣ; *неоднородными* же, егда ударяютъ на величины неодинакія съ собою. Другое раздѣленіе чиселъ есть *опредѣленное,* или *названное,* и *неопредѣленное* или *неназванное.* При первомъ знаемъ мы только просто число единницъ; а при второмъ и то, на какія единицы ударяетъ число. Напримѣръ число 4 е, число 5 е, суть числа неопредѣленныя; напротивъ 4 фунта, 5 рублей, опредѣленное есть число. О первыхъ преподаетъ *Теоретическая,* о послѣднихъ же *Практическая* Арифметика.

5 е.

Когда числа суть величины; когда

величины могутъ прибавляемы и уменьшаемы быть, то то же самое разумѣть должно и о числахъ просто. Числа прибавляются, или таковыми же подобными, или совокупляя оныя съ неравными имъ. Первое зовется *сложенїемъ*, *умноженїемъ* второе. Уменьшенїе чиселъ такъ же есть двоякое: отъемлется число или единожды, или нѣсколько разъ. Первый родъ уменьшенія именуемъ *вычитанїемъ*, вторый *дѣленїемъ*. Образы премѣненія чиселъ слывутъ *родами*. Изъ предъидущаго ясно, что четыре токмо суть образа въ премѣненїи чиселъ, сирѣчь, два во умноженїи, и два же во уменьшенїи оныхъ, слѣдовательно четыре суть рода премѣненія чиселъ, означенїе количествъ, или нумерація или счисленїе, въ книгахъ Арифметическихъ къ родамъ же премѣненія чиселъ причисляемая, однако же не есть премѣняющая числа, а только показующая, какъ числа заданныя, изображать знаками и называть.

6 е.

Сложенïе по сему есть ни что иное, какъ изъ нѣкоторыхъ заданныхъ чиселъ сыскать число единое величиною равное къ совокупленïю заданныхъ чиселъ въ одно. Послѣднее называемъ *валовымъ числомъ*, или *Агрегатомъ*. Знакъ, коимъ изображается сложенïе есть ✠, и выговаривается чрезсъ, или *Плюсъ* (*). Слагаю ли я 8 съ 7, то изображаю 8 ✠ 7, выходитъ число 15, или валовый счетъ единницъ, замыкающихся въ 8 и 7 совокупно.

(*) Болѣе изображается слѣдующимъ > знакомъ, котораго, какъ извѣстно, знаменованïе совсемъ иное.

7 е.

Вычитаніе есть, по двумъ заданнымъ числамъ находить число третіе, которое бы мнѣ показало, сколько остается единницъ излишнихъ, ежели отъиму одно отъ другаго. Происходящее отъ того число именуемъ *разностію*, изображается же сіе знакомъ —. Выговариваемъ *безъ*, или *минусъ*, или *менѣе*. Напримѣръ: отъиму ли число 3 изъ числа 8, остается 5; то есть *разность*. Дѣйствіе сіе вообще означается тако: 8 — 5.

8 е.

Умноженіемъ зовемъ число нѣсколько разъ усугубленное, или столько кратъ пріемлемое, сколько два другія числа заданныя въ себѣ содержатъ. *Число, многажды пріемлемое*, слыветъ *умноженіемъ*, показующее во сколько кратъ *множащееся*, оба же вообще зовутся *взаимными множительми*. Новое число сїе, чрезъ умноженїе находимое, зазывая *произведенїемъ*, или *фактумъ*. Изображается оно чрезъ ×, ныговаривается же *разъ*. Напримѣръ, 5 умножаемые чрезъ 3 начертываются тако: 5×3 или 5:3: 5, есть здѣсь умножаемые, 3, множитель, ибо суть факторесы, или взаимные множители. Продуктъ же, или произведенїе 15.

9 е.

Дѣленїемъ именуемъ число, толико-кратно изъемлемое отъ другаго числа же, доколѣ можно. Примѣчая при томъ, сколько кратъ вычесть сїе можно; или сколько разъ данное число содержится въ другомъ. Число, изъемлемое отъ другаго числа же, или которое узнать желаемъ, коликократно состоитъ въ другомъ, зовется *дѣлителемъ*; а сїе другое, *дѣлимымъ*. Число новое, выходящее отъ дѣйствїя сего, и показующее сколько разъ одно въ другомъ замыкается, именуется *частнымъ числомъ*, или *квотусомъ*. Знакомъ дѣленїя ставятся или двѣ точки одна надъ другою; или поперечная чертка. Дѣлимое ставится надъ ними, а дѣлитель внизу. Напримѣръ: число 32 дѣлимое чрезъ число 4 изображается тако: $\frac{32}{4}$. 32 дѣлимое, 4 дѣлитель 8 частное.

КОРЕННЫЯ ОСНОВАНІЯ,

ИЛИ

АКСІОМЫ.

10 е.

Каждая величина и число сами себѣ равны.

ПРИМѢЧАНІЕ. Аксїома сїя означаетъ, что каждая величина, каждое число, можетъ производимо быть многоразличными образами; слѣдовательно, многоразличными образами же выговариваемы и изображаемы бываютъ. Но всѣ различные выговоры прїемлются равно-значущими, естьли токмо ударяютъ на величины одинакїя. Напримѣръ: число 9 е, чрезъ дѣленїе можетъ становиться числами 6 + 3; чрезъ вычитанїе 13 — 4, 4 чрезъ умноженїе 3 × 3, чрезъ дѣленїе 18 : 2, и такъ далѣе. Всѣ сїи выговоры, или израженія $6 + 3$; $13 - 4$; 3×3; $\frac{18}{2}$ равнозначущи, ибо единое и то же изображаютъ число. И такъ можно каждое изъ нихъ ставить вмѣсто числа 9 еще къ примѣчанію. Знакъ равенства чиселъ есть $=$, неравества же $>$ и $<$; то есть $>$ означаетъ, что первая величина болѣе, $<$ что сія менѣе, нежели слѣдующая за нею. Напримѣръ 9 равны $6 + 3$. И тако пишутся $9 = 6 + 3$. 9 болѣе 6, то и становится $9 > 6$, 6 менѣе 9, то: $6 < 9$.

11 е.

„Цѣлое равно всѣмъ частямъ своимъ въ совокупности, слѣдовательно есть болѣе, нежели каждая изъ его частей, каждая же часть менѣе цѣлаго своего.„

ПРИМѢЧАНІЕ. *Аксіома* сія удобопонимается изъ предъидущаго; ибо цѣлое и всѣ онаго части взятыя совокупно, означаютъ единую и ту же величину. Положимъ цѣлое въ числѣ 12, а 4, 6 и 2, онаго части, то выходитъ по сей Аксіомѣ $4 + 6 + 2 = 12$, слѣдовательно $12 > 4$, или $12 > 6$, и тому подобное. Далѣе, $3 < 12$, или $2 < 12$, и тому подобное.

12 е.

(*) Ежели каждая изъ двухъ величинъ равны третіей, то онѣ равны и между собою.

Напримѣръ. Трижды шесть составляютъ 18, дважды 9 составляютъ 18 же, слѣдовательно, трижды шесть, и дважды девять Математически изображается тако.

$$\begin{array}{lrcl}
 & 3 \times 6 = & 18 & \text{далѣе } a = \times \\
 & \underline{3 \times 9 =} & \underline{18} & \underline{a = \times} \\
\text{Слѣдоват.} & 3 \times 6 = & 2 \times 9 & a = 2.
\end{array}$$

(*) Примѣръ сей доказательствъ ложности сей мнимой Аксіомы. $6 + 3 = 9$ а $6 < 9$ и $3 < 9$.

Къ примѣчанію, чертки поперечныя суть такъ же знаки изъявляющіе определенное знаменованіе. Ибо показуется оными, что уже изъ предъидущаго нѣчто слѣдуетъ, или заключается. По сему при доказательствахъ ставятъ оное, *словами*, слѣдовательно надъ чертками завсегда ставятъ положеніе изъ чего что либо выводится, подъ чертками же *слѣдствія* отъ того, или *положенія* сами по себѣ. Напримѣръ изъ обѣихъ положеній $6 \times 3 = 18$ и $2 \times 9 = 18$ дѣлается заключеніе. Слѣдовательно $6 \times 3 = 2 \times 9$: и для того ставлю я послѣ двухъ чертокъ одну корочѣ и тонѣ, и означаю подъ нею *слѣдствіе*, словами же изразилъ бы я сіе такъ: дважды девять равны 18 ти; трижды 6, 18 ти такъ же равны, слѣдовательно 9×2 и 6×3 равны между собою.

13 е.

Что болѣе, или менѣе одного изъ двухъ равныхъ количествъ, то болѣе, или менѣе другаго.

Напр.	15 руб.		3 полуимпер.	$m - g$
	20 руб.	>	15 рублей	$a > m$
	20 руб.	>	3 полуимпер.	$a > g$
	15 руб.	=	3 полуимпер.	$m = g$
	10 руб.	<	15 рублей	$c < m$
	10 руб.	<	3 полуимпер.	$c < g$.

14 е.

Величины равныя слагая съ равными же выходятъ равныя же валовыя числа; величины неравныя слагая съ равными, выходятъ неравныя и валовыя числа. Большее валовое число будетъ тамъ, гдѣ большія и величины совокупляются во едино чрезъ сложеніе.

Напр. 1 полуимпер. $= 5$ руб. $a = b$ И
$\frac{1}{4}$ рубли $= 25$ коп. $c = c$

$$a + c = b + c.$$

1 имп. $+ \frac{1}{4}$ руб. $= 5$ руб. $+ 25$ коп.

Далѣе $20 = 4 \times 5 \qquad a = q$
$7 > 2 \qquad n > b$

$$20 + 7 > 4 \times 5 + 2 \qquad a + n > q + b.$$

15 е.

Равное изъ равнаго вычитая выходятъ равныя разности.

Напр. $\frac{1}{4}$ рубли $= 25$ копѣекъ $d = c$
8 коп. $= 8$ копѣекъ $x = y$.

$\frac{1}{4}$ руб. 8 коп. $= \frac{1}{4}$ рубли. 8 коп.

$$c = m > g = m.$$

16 е.

Естьли равное вычтемъ изъ большаго, а потомъ изъ меньшаго, то разность выходитъ въ первомъ случаѣ большая, нежели во второмъ.

НапримѣрЪ $18 > 12$ | $c > g$
$3 = 3$ | $m = m$

$$18 - 3 > 12 - 3 \qquad c - m > g - m.$$

17 е.

Ежели большее и меньшее количества вычтутся изЪ двухЪ равныхЪ, то первая разность будетЪ меньше другой.

НапримѣрЪ $36 = 36$ | $a = b$
$12 > 4$ | $m > x$

$$36 - 12 < 36 - 4 \qquad a - m < b - r.$$

то есть $24 < 32$.

18 е.

Равное равнымЪ помноженное даетЪ равное произведенiе.

Напр. 24 чет. руб. = 6 руб. $q = p$
2 = 2 $n = n.$

2 × 24 чет. руб. = 2 × 16 руб. $q \times n = p \times n.$

то есть 48 чет. = 12 руб.

19 е.

Равное множимое неравнымЪ, или неравное равнымЪ, производитЪ неравный продуктЪ, или произведенїе.

$$\begin{array}{llll} \text{1 четверторуб.} & = \text{30 коп.} & & f = r \\ 5 & > 2 & & a > d. \\ \hline \text{1 четверт.} \times 5 & > \text{30 ко.} & & f \times a > r \times d. \end{array}$$

20 е.

Равное равнымЪ дѣлимое даетЪ равное же частное.

НапримѣрЪ: $42 = 7 \times 6 \qquad b = s$

$$\begin{array}{lcl} 6 & = & :6 \\ \hline \frac{42}{6} & = & \frac{7 \times 6}{6} \end{array} \qquad \begin{array}{lcl} n & = & c. \\ \hline \frac{b}{n} & = & \frac{s}{c}. \end{array}$$

21 е.

Естьли большее и меньшее количество раздѣляется на равное, то частное вЪ первомЪ случаѣ будетЪ больше, нежели во второмЪ.

Напримѣръ: $24 > 12$ $\quad$ $24 > 12$

$$\frac{3 = 3}{\frac{24}{3} = 8 > \frac{12}{3} = 4} \quad \text{или} \quad \frac{3 = 3}{\frac{24}{3} > \frac{12}{3}}$$

то есть $8 > 4$.

22 е.

Когда на большее и меньшее количество раздѣлятся равныя, то первое частное будетъ меньше втораго.

$$\frac{\begin{matrix} 36 = 36 \\ 9 > 2 \end{matrix}}{\dfrac{36}{9} < \dfrac{36}{2}} \qquad \frac{\begin{matrix} a = b \\ c > g \end{matrix}}{\dfrac{a}{c} < \dfrac{b}{g}}$$

то есть $4 < 18$.

23 е.

Произведенїе двухъ величинъ, раздѣленное на одного изъ нихъ множителя, частное даетъ другаго даннаго.

Напримѣръ: $\dfrac{9 \times 3}{3} = \dfrac{27}{3} = 9 \quad \dfrac{a \times q}{q} = a$

Слѣдовательно, ежели одно произведенїе отъ двухъ множителей будетъ дѣлимо однимъ множителемъ, то второе произведенїе выйдетъ частнымъ числомъ. Дѣлится ли одно произведенїе отъ трехъ множителей чрезъ два изъ оныхъ, то третїй множитель выходитъ частнымъ, и такъ далѣе.

Напр. $\dfrac{2 \times 4 \times 5}{2 \times 5} = 4$ или $\dfrac{a \times b \times c}{a \times b.} = b.$

24 е.

Когда величина дѣлится другою величиною и произшедшее отъ него частное тѣмъ же самимъ умножается, то произведенїе отъ того равно дѣлимому.

Напр. $\dfrac{48}{4} \times 4 = 48$ $\dfrac{c}{m} \times m = c.$

СЧИСЛЕНІЕ

или

ОЗНАЧЕНІЕ КОЛИЧЕСТВЪ.

25 е.

Ежели бы каждое число изображать особымъ для него знакомъ, и налагать особое ему имя, то бы составилось оныхъ множество безчисленное, и отяготило бы безмѣрно память человѣческую, въ которой съ трудомъ удерживается и весьма умѣренное количество необходимо потребныхъ чиселъ и наименованій. Для лутчія удобности примышлено средство, сколько можно не многими знаками и названіями довольствоваться. Пріемлемъ обычайно знаковъ девять. Первыя девять изчисляемъ по порядку, послѣдній же десятый означаемъ кружкомъ, или какъ оный слыветЪ *нолемЪ*, изображающимЪ самЪ по себѣ отсудствіе всѣхЪ прочихЪ чиселЪ. Знаки сіи суть 1 й, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, о. Названіи каждаго, всякому извѣстны. Теперь слѣдуетЪ принятый произвольный законЪ, считать до десяти, и потомЪ начинать паки снова; то есть продолжая десятками, сколько надобно бываетЪ. А дабы не многими знаками всякія числа означать, то сіе придаетЪ имЪ по положенію ихЪ, знакЪ слѣдующій за другимЪ сЪ правой кЪ лѣвой сторонѣ считая, всякій разумѣя вЪ десятеро больше. НапримѣрЪ, знакЪ 1, поставленный безЪ другихЪ чиселЪ, значитЪ просто *одинЪ*; вЪ другомЪ положеніи 10 *одинЪ десятокЪ;* вЪ третьемЪ 100, десять десятковЪ или *сто;* вЪ положеніи четвертомЪ, 1000, десять сотенЪ, или *тысяча;* вЪ положеніи пятомЪ, 10000, десять тысячь; вЪ положеніи шестомЪ, 100000, сто тысячь; вЪ седмомЪ, 1000000, десять кратЪ сто тысячь, или тысяча тысячь: сокращенно же зовется число сіе, *миліономЪ*. Простираяся численіемЪ далѣе, выходитЪ осьмое положеніе десять миліоновЪ; девятое сто миліоновЪ и такЪ далѣе, даже до тысячи тысяча миліоновЪ, или миліонЪ миліоновЪ, однимЪ словомЪ именуя биліонЪ, и есть тринатцатое положеніе тысяча тысячь, или одинЪ миліонЪ биліоновЪ, зовется триліонЪ, и есть положеніе девятоенадесять; миліонЪ триліоновЪ, или квадраліонЪ, и такЪ далѣе до безконечности. Иногда ради краткости такЪ изображаются разныя степени единницЪ.

Вмѣсто	то
— 10	— 1^{0}
— 100	— 1^{I}
— 1000	— 1^{II}
— 10000	— 1^{III}
— 100000	— 1^{IV}
— 1000000	— 1^{V} и такъ далѣе.

26 е.

Изъ таковыя разности степеней единницъ, произходятъ различныя числа и отъ каждыхъ девяти цыфръ, получаютъ иное знаменованіе, по разнымъ же своимъ положеніямъ. Напримѣръ, 3 стоя одна, или въ заглавіи прочихъ, значитъ три; стоя съ правой къ лѣвой рукѣ во вторыхъ 30, въ третіихъ 300, въ четвертыхъ 3000. и такъ далѣе.

27 е.

Такимъ образомъ изчезаетъ трудность во обѣихъ слѣдующихъ задачахЪ, изЪ коихЪ свойственно состоитЪ счисленіе, сирѣчь, выговаривать написанное, или изображенное число, и число же заданное выше обьясненными знаками. Естьли написанное число, изЪ многихЪ знаковЪ состоящее, выговаривать должно, то раздѣли оное дабы внятнѣе разсмотрѣть было можно степени числа сего, препинаніями, или коммами, между оныхЪ ставя по три сряду знака, и считай сЪ правой руки на лѣво, всякій разЪ прежде означать будутЪ сотни, по томЪ тысячи, и такЪ далѣе, [25]. НадЪ знакомЪ 7 е сЪ правой на лѣво означающую миліонЪ, ставятЪ букву М, или черту, или другій какій либо знакЪ; надЪ цыфрою 13, означающею биліоны, буква Б, или двѣ чертки; надЪ 19 ю цыфрою, означающею триліоны, букву Т, или три чертки, и такЪ далѣе какЪ то:

Т Б М

34, 567, 893, 254, 782, 193, 785.

Выговариваетсяс сїе такЪ: тритцать четыре трилїона, пять сотЪ шестьдесять седьмь тысячь, восемь сотЪ девяносто три билїона, двѣсти пятьдесятЪ четыре тысячи, седьмь сотЪ восемьдесять два милїона, сто девяносто три тысячи, седьмь сотЪ восемьдесять пять.

28 е.

Надобно ли написать заданное число, то должно примѣчать токмо, какое единство каждая цыфра означать имѣетЪ, дабы ее ставить вЪ надлежащемЪ ей мѣстѣ. НапримѣрЪ: ,, задано число: четырехЪ милїоновЪ, ,, тритцати шести тысячь двухЪ ,, сотЪ восьмидесяти девяти;,, то наблюдай слѣдующее: цыфру, милїонъ означающую, поставь съ лѣвой руки, а прочіе одну за другою съ правой, то и напиши цыфру 4, за нею три и 6 одно-тысящниковъ, и такъ далѣе [25], гдѣ нѣтъ въ заданномъ числѣ сто-тысящниковъ, тысящниковъ, сотенныхъ и прочихъ цѣлыхъ цыфръ, тамъ ставится кружекъ, или *ноль*. Напримѣръ 4036289. А изъ сего явствуетъ, что таковый *ноль*, столько же необходимъ, какъ и всѣ прочія цыфры въ заданномъ числѣ.

29 е.

Что считаемъ мы десятками, есть столько же произвольный обычай, какъ и употребленіе знаковъ, коими изражаемъ цыфры. Нѣкоторые ученые люди вымыслили иные образы счисленія: Лейбницъ въ сочиненіи своемъ, названномъ *Діадикъ*, вымыслилъ два. Вейгель въ своей Тетрактикѣ до четырехъ, и такъ далѣе.

Узнавъ мы какъ именовать числа, и какъ оныя означать знаками, теперь приступимъ къ премѣнамъ, какія надъ оными произходятъ. Но прежде долженствую предположить здѣсь еще единое, весьма употребительное, отдѣленіе чиселъ, сирѣчь, *простое и сложное*. Простыя отдѣленія суть, егда означается число единою токмо цыфрою, напримѣръ 9 или 6 сотъ; сложное отдѣленіе есть, егда число состоитъ не изъ одной цыфры, напримѣръ три ста сорокъ пять 345.

СЛОЖЕНІЕ.

30 е.

Сложеніемъ зовется, когда по заданнымъ числамъ находимъ единое валовое оныхъ число, равняющееся всѣмъ числамъ заданнымъ [§ 6.].

Выше [4] видѣли мы, что только числа одного рода составлять можно въ число единое, и по тому ясно, что слагаемы быть могутъ только числа такія, которыя содержатъ въ себѣ одного рода единницы; и что валовое число завсегда ударяетъ на тѣ же самыя числа, которыя принадлежатъ къ сложенію таковому. Слагая сотни, выходятъ сотни, слагая десятки, десятки же и выходятъ. И такъ далѣе.

31 е.

Ничего нѣтъ легчѣ, какъ слагать взаимно числа одинакія, да и есть первое начало, первой же Арифметической части *сложенія*. Надобно только, кто еще не навыкъ во упражненіи семъ, заданныя числа превращать въ единницы, и одну къ другой прибавлять. Можно такъ же дѣлать оное по пальцамъ, или шелегами, напримѣръ. Слагая 5 съ 8, отчти прежде пять шелеговъ, къ нимъ прибавь 8 шелеговъ, по томъ считая одинъ за другимъ, сочтеши всѣхъ 13. Съ помощїю не большаго навыка, научаемся считать и мысленно.

32 е.

Должно ли сложить сложныя числа, коихъ валовый щетъ не вдругъ примыслить можно, то поступай по сему: цѣлое, всѣмъ своимъ частямъ совокупно, равно [11]. По чему будетъ ли сложное число, къ сложнымъ же и прилагаю, вдругъ или всѣ части онаго счета прилагаю къ таковымъ же счета другаго: только то наблюдая, чтобъ части первыя и вторыя, были одного рода [§ 4. § 30.]. Ясно же, когда поставишъ числа между собою такъ, чтобъ число 1 было, съ числами же, единницы значащими, число десять съ десятками, сотню съ сотенными, и такъ далѣе.

Прежде считай единницы, послѣ десятки, далѣе сотни и прочее. Таковыя единичныя валовыя числа прилагай къ другимъ, и выдетъ желаемое число всѣхъ. Напримѣръ 3536 и 542 и 8795, слагая, ставь одно подъ другимъ, внизу же проведи черту, и прежде начинай складывать первую черту съ правой стороны, выдетъ тринатцать что и напиши въ первомъ рядѣ подъ чертою [30]; далѣе складывай второй рядъ, выдетъ 76, поставь оныя во второмъ рядѣ, ибо складываются десятки а уже не единницы [30], по томъ складывай третїй разъ, выдетъ 17, и поставь въ третїемъ же рядѣ подъ чертою: ибо суть сотни. Наконецъ складывай четвертый, или послѣднїй разЪ, на лѣвой сторонѣ выдетЪ 11, и будетЪ то тысячи, окончай дѣйствіе сіе, слагая между двухЪ чертЪ по нижеизображенному, и будетЪ валовая смѣта 12873.

3536
542
8795
13
16.
17..
11...
12573

33 е.

ОбразЪ таковый сложенія не есть необходимЪ, здѣсь же привожу его во очевидное показаніе, какЪ слагати числа. Можно сократить, какЪ показано вЪ концѣ параграфа сего. 13 Есть валовое число единицЪ, сирѣчь одинЪ десятокЪ и три едининицы: то поставь только 3 подъ однимъ, десять же держи въ умѣ. Валовое число десятковъ 16, возми первую единницу и приобщи къ тому, выдетъ 17 десятковъ, то есть одна сотня и 7 десятковъ. 7 десятковъ сихъ паки поставь подъ первою единницею, значущею десятокъ, сотню же держи въ умѣ. Къ первымъ 17 сотнямъ приложа сію одну, выдетъ 18 сотенъ, или 1800. 8 сихъ сотенъ, поставь подъ цыфрою, значущею сотню, тысячные подъ тысящною и выдетъ полное число. Такъ же поступай и во всѣхъ иныхъ подобныхъ случаяхъ.

$$
\begin{array}{r}
3536 \\
542 \\
8795 \\
\hline
12873
\end{array}
$$

34 е.

Опредѣленныя, или *названныя* числа, складываются такЪ же. Надобно только вѣдать, сколько большая единница, единницЪ малыхЪ вЪ себѣ содержитЪ. НапримѣрЪ, складывая рубли и копѣйки, фунты и золотники вмѣстѣ, то должно напередЪ знать, сколько вЪ рублѣ копѣекЪ, сколько золотниковЪ вЪ фунтѣ. ПоложимЪ, что складываю 324 рубли, 86 копѣекЪ, 9 полушекЪ. СЪ 25 рублями, 40 копѣйками, 8 полушками и со 134 рублями, 12 копѣйками, 7 полушками, то надлежитЪ мнѣ прежде поставить разныя сіи валовыя числа одинЪ подЪ другимЪ, чтобЪ одинакія стояли одно же подЪ другимЪ, и начинать меньшими единницами; 4 полушки приобщать 1 копѣйкою кЪ копѣйкамЪ, каждые 100 копѣекЪ, ежели наберется ихЪ столько, приобщать 1 рублемъ къ рублямъ, и такъ далѣе и выдетъ 486 рублей, 44 копѣйки: ничего полушекъ.

35 е.

Лутчая вѣрность въ сложенiи состоитъ, чтобъ одну задачу считать не единождьı: прежде каждый рядъ цыфровъ съ верху въ низъ, по томъ же съ низу въ верхъ. Будетъ ли выходить одно и то же валовое число, то сложенiе твое вѣрно. Есть въ Арифметикѣ и другiя повѣрки, но или труднѣе, или и ошибочнѣе.

ВЫЧИТАНIЕ.

36 е.

Вычитать зовется изключать изъ числа, число другое единождьı [§ 7]. А какъ не льзя изключить изъ числа числа же другаго, котораго въ себѣ не содержитЪ [§ 4.], то слѣдуетЪ, что только одного рода числа одни изЪ другихЪ могутЪ быть изключаемы. НапримѣрЪ, не могу изключить 3 фунтовЪ изЪ сорока верстЪ; или пять часовЪ, изЪ 12 рублей. Разность между изключаемымЪ, и содержавшимЪ вЪ себѣ оное, завсегда чтобы ударяла на числа одного рода, какЪ то рубли изЪ рублей, и останутся разностію рубли же; часы изЪ часовЪ, разность вЪ часахЪ же окажется: и такЪ далѣе.

37 е.

Вычитаю ли я, какое либо число простое изЪ таковаго же, напримѣрЪ 4 изЪ 9, тогда 9 превращается вЪ единницы; отЪими отЪ девяти 4, сочти прочія и будетЪ разности 5. Начинатели учиться Арифметикѣ могутЪ равно и складывать, и вычишать, или мысленно, или шелегами. Между 9 и 4 оказавшаяся разность 5, оказываетъ же сколько единницъ содержитъ въ себѣ 9 болѣе предъ 4, слѣдовательно 4 и 5 совокупно, должны составлять 9. Изъ чего выходитъ общее положенїе, что число разности и меньшее число въ задачѣ, столько въ себѣ содержитъ, сколько полное большее число. Сложи вмѣстѣ разность и число составитъ число валовое да и въ томъ состоитъ повѣрка въ вычитанїи.

38 е.

При вычитанїяхъ сложныхъ чиселъ, одно и то же служитъ правило, какъ и при сложенїяхъ сложныхъ чиселъ: то есть, вмѣсто вычитанїя числа изъ другаго единымъ разомъ, отъимаютъ часть сего отъ того. Ибо цѣлое токмо число равно всѣмъ своимЪ частямЪ вЪ совокупности [§ 11.], слѣдовательно и должны быть равны хотя бы и отчислилЪ я сложное число изЪ другаго числа же единымЪ разомЪ, или части одного отЪ частей другаго отдѣлилЪ. Два заданные вЪ вычитанїи числа ставятся одинЪ подЪ другимЪ: единницы подЪ единницами, десятки подЪ десятками и такЪ далѣе: ибо одного токмо рода цыфры, вычитаться могутЪ [36] будетЪ ли вычитаемое больше, нежели изЪ чего вычитается оное, отЪими одну единницу [сїе зовется заимствовать, замѣчается же сїе точкою или чертою], и чрезЪ то умножь число, изЪ коего вычитать хочешЪ. НапримѣрЪ 3853, изЪ 9247, прежде напиши оба сїи числа одно подЪ другимЪ, протяни подЪ ними черту для поставленїя подЪ нею разности, и начинай единницами. Три единицы изЪ семи единицЪ отнявЪ, остается четыре единицы, которыя напиши какЪ показано подЪ симЪ. Пять десятковЪ надлежало бы отнять отЪ десятковЪ четырехЪ, но какЪ сїе не возможно, то отЪими отЪ двухЪ сотенныхЪ вЪ третьемЪ ряду, и поставя подЪ цыфрою 2 точку. Сотня есть столько же, какЪ и десять десятковЪ, [25] то поставь десятки означающую цыфру 4, и выдетЪ 14 десятковЪ; естьли я пять десятковЪ изЪ 14 десятковЪ вычту, останется 9 десятковЪ, и по тому поставлю 9 во вторыхЪ сЪ низу отЪ лѣвой стороны. По томЪ приступлю кЪ сотнямЪ; но какЪ прежде изЪ 200 отнялЪ уже я одно сто и означилЪ оное точкою, то вычелЪ бы еще восемь сотенЪ изЪ одной сотни, но и сїе не возможно; и для того возму изЪ

9000 одну тысячу, и поставлю на мѣстѣ сотенномъ, гдѣ оныхъ значится десять. [25] Сія занятая тысяча, или десять сотъ мною совокупленные со одною сотнею, дадутъ мнѣ 11 сотенъ. 8 Сотенъ вычтя изъ сотенъ 11, останется 3 сотни, и поставлю сотенную цыфру 3 подъ рядомъ сотенъ же. Изъ 9 тысячь прежде отнялъ я одну; по чему и не за 9 а за 8 тысячь пріемлю. Изъ сихъ 8 тысячь вычту 3 тысячи и произойдетъ разность въ 5 тысячахъ. И такъ вся разность окажется въ 5394. Хочу ли повѣрить не ошибся ли, то складываю разность съ меньшимъ числомъ и произшедшее сличаю съ числомъ большимъ, то же ли есть самое [37].

$$\begin{array}{r} 9247 \\ \underline{3853} \\ 5394 \end{array}$$

Напримѣръ 3853 число

5394 разность

Сложи 9247 = большее число

39 е.

Часто бываетъ, что на мѣстѣ заимствуемомъ стоитъ кружекъ, или *ноль*. Въ такомъ случаѣ поступай къ другому ряду цыфръ, когда и въ томъ стоитъ кружекъ, поступай далѣе, доколѣ найдеши цыфру единичную. Напримѣръ 358 изъ 704 вычитая. 8 Единницъ не могутъ вычтены быть изъ 4 единницъ, то долженъ заимствовать отъ цыфры десятеричной; но въ примѣрѣ семъ нѣтъ десятеричной цыфры, то поступай къ цыфрѣ сотенной, то и получишъ желаемое.

7.0.4
358
———
3,46

Цыфра сотенная значитъ то же самое, что и десяти-десяточная; то воображаю себѣ, что на мѣстѣ кружка стоитъ десяти-десяточная цыфра. Изъ сихъ десяти десятковъ откину одинъ къ единницамъ, и выйдетъ 14 единницъ, изъ коихъ легко уже мнѣ вычесть 8, и останется 6; а какъ изъ десяти десятковъ, которыя изображаю я на мѣстѣ кружка, отъимаю десятокъ одинъ, то остается уже девять десятковъ. Изъ нихъ вычтя 5 десятковъ выйдетъ разности 4, которую и ставлю подъ рядомъ десятковъ, по томъ цыфру трехъсотенную изъ шестисотенной вычту: [ибо отъ семи сотенъ прежде отнялъ я одну] выйдетъ разности 345. Теперь ясно, для чего заимствуя числа, въ подобныхъ случаяхъ, вмѣсто кружка, или *ноля* изображаемъ себѣ цыфру 9. Больше ли кружковъ стоятъ одинъ подлѣ другаго, поступай по сему же самому правилу: надобно только памятовать упомянутое въ началѣ параграфа сего.

40 е.

Заданы ли числа *наименованные*, то должно прежде вѣдать раздѣленія между монетами, мѣрами, вѣсами и тому подобнымъ, дабы вѣдать же, сколько содержитъ въ себѣ заимственная единница изъ другаго ряда цыфръ. Напримѣръ, 136 рублей, 8 копѣекъ, 2 полушки, такъ вычитаются изъ 458 рублей, 16 копѣекъ, 4 полушки.

руб.	коп.	пол.
458	16	4
136 —	8 —	2
322 —	8 —	2

УМНОЖЕНІЕ.

41 §.

Чрезъ *умноженіе* разумѣемъ повтореніе заданнаго числа, во столько кратъ, какъ велико число, коимъ умножать надобно. [8] И для того *умноженіе* зовется *сложеніемъ повторительнымъ*. Хотя произведенія двухъ чиселъ, чрезъ простое сложеніе познаются; но затрудительно есть при складываніи многихъ чиселъ, весьма количественныхъ. При *умноженіи* три примѣчанія нужны. Умножаются: или простыя числа простыми; или простыя сложными; или сложныя сложными. Часть сія Арифметики начинается первымъ, яко легчайшимъ, и служитъ къ тому такъ называемая, и всѣмъ извѣстная, таблица, въ которой всѣ произведенія чиселъ простыхъ, замыкаются. Умножаютъ сложныя вмѣсто цѣлыхъ единницъ многажды пріемля, пріемлютъ всѣ оныхъ части, дабы составилось изъ того произведеніе валовое. Цѣлое равно всѣмъ частямъ своимъ въ совокупности; [11] то должно и здѣсь быть одинако же. Однажды ли умножится нѣкоторое извѣстное число, или части онаго порознь, и выведенныя онымъ произведенія, совокуплены будутъ во едино валовое произведеніе.

42 е.

Въ сходственность перваго примѣчанія, всѣ произведенія чиселъ простыхъ, чтобъ находить, приобщается здѣсь таблица, или такъ называемое *одинажды одинъ*; или таблица *Пифагорическая*, начерти прежде четвероугольникъ. Въ немъ, разозначь прямыми чертами 81 площадь.

Въ верхнемъ и первомъ рядѣ площадей изобрази 9 единицъ въ цыфрахъ: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Во второмъ рядѣ ставь двойныя противу верхнихъ надъ ними. Въ третьемъ ставь цыфры втрое противу верхнихъ надъ ними, въ первомъ рядѣ площадей; въ четвертомъ въ четверо; въ пятомъ въ пятеро въ шестомъ въ шестеро; въ седьмомъ въ семеро; въ осьмомъ въ восьмеро; въ девятомъ въ девятеро.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	65	72	81

По сей таблицѣ можно находить всякія произведенія чиселъ простыхъ. Напримѣръ, желаешъ ли узнать сколько будетъ седьмь разъ по девяти. Взгляни въ первую черту цыфровъ съ лѣвой стороны, на единичную цыфру 7, и по томъ взгляни же на поставленное число 7 подъ единичною цыфрою въ верхнемъ рядѣ площадей, увидиши что состоитъ оное въ 63 цыфрахъ. Желаеши ли знать, сколько будетъ седьмью пять: седьмь есть больше пяти, то взгляни прежде въ верхнемъ рядѣ площадей на 7; по томъ на число въ площади противу 5 крайняго ряда съ лѣвой стороны увидиши что число сіе состоитъ въ 35.

43 е.

По примѣчанію второму, то есть умножать числа сложныя чрезъ простыя, надобно, вмѣсто цѣлаго какого либо числа единожды пріемлемаго, каждую онаго часть столько повторять, сколько требуетъ того число множительное, и произведенія отъ онаго слагати во едино: какъ оное явствуетъ въ [§ 41.]. Напримѣръ, 3549 чрезъ 8. Поставь множитель подъ умножаемымъ, какъ показано подъ симъ, и проведи подъ обѣими сими числами черту, и по томъ множь восемью девять соотвѣтственно выше приведенной таблицѣ, выйдетъ 72. Далѣе, 8 чрезъ 4, 32; далѣе, 8 чрезъ 5, выйдетъ 40, далѣе, 8 чрезъ 3, выйдетъ 24. Подъ всѣми сими числами поставь еще черту и всѣ оныя сложи, выйдетъ умноженное число 3549 чрезъ 8 до 392.

Большая часть людей множитъ желаемое число чрезъ нѣкоторое извѣстное имъ, подобно же какъ и складываютъ, для скорости, мысленно. Напримѣръ то же самое число 3549 чрезъ 8, умножаютъ такъ: 9 единницъ мысленно помножа, выходитъ 72, то есть седьмь десятковъ и 2 единницы. Цыфру 2 ставятъ на бумагѣ, или на Аспидной доскѣ, а десятичную цыфру 7, удерживаютъ въ памяти, и по томъ прикладываютъ къ слѣдующему за онымъ продукту, или произведенiю. Далѣе, четырежды восемь выходитъ 32, съ удержанными въ мысли 7, 39, то есть три сотни и девять десятковъ. Цыфру 9 ставятъ на мѣсто десятковъ и причисляютъ по томъ къ тремъ сотнямъ одну сотню продукта, и такъ далѣе: и выходитъ весь продуктъ въ 28392.

44 е.

Надобно ли помножить числа сложныя сложными же, то должно всѣ части множителя, со всѣми же частьми умножаемаго, помножать, произшедшія отъ того продукты слагать во едину сумму, и будетъ валовый продуктъ. Положимъ 23436 умножаемыя 825. Прежде всего надлежитъ помножить 23436 цыфрою 5, и произшедшее ставить въ первомъ рядѣ подъ чертою; по томъ чрезъ цыфру 2, и ставить во второмъ рядѣ, наконецъ чрезъ цыфру 8 м поставя въ третьемъ рядѣ, подчеркнуть. Всѣ сіи три ряда сложи выйдетъ 19334700: [II. 41].

```
   23436
     825
  ------
  117180
  46872.
 187488..
 --------
 19334700
```

45 е.

Ежели въ срединѣ множителя будутъ кружки, или *ноли*, минуй ихъ, и множь стоящими подлѣ нихъ цыфрами, ибо ничего сколько бы разъ ни повторялось, всегда выйдетъ ничего. Напримѣръ, 1528 умножая 304, то множь прежде 4, по томъ 3 по нижеслѣдующему:

$$\begin{array}{r} 1528 \\ 304 \\ \hline 6112 \\ 4584\cdot\cdot \\ \hline 464512. \end{array}$$

46 е.

Находятся ли кружки, или ноли на концѣ, то должно множить числами числа токмо, и на концѣ продукта ставить ноли множителя, или множимаго, или обѣихъ множителей на правой сторонѣ строки.

Должно ли, напримѣрЪ, помножить 876 чрезЪ 4, отЪ чего продуктЪ будетЪ 3504; прибавь два ноля кЪ множителю, и будетЪ 350400, слѣдовательно, послѣднїй продуктЪ во сто разЪ больше окажется перваго 3504. И такЪ число 86 прежде помножится четыре раза, по томЪ же 100 разЪ, слѣдовательно взято будетЪ вЪ четыре ста кратЪ болѣе. Надобно ли узнать продуктЪ 3600 чрезЪ 4000; то должно 36 помножить чрезЪ 4 и кЪ продукту отЪ того прибавить сЪ правой стороны 5 нолей, ибо множимое имѣетЪ два, а множитель 3 ноля: и выйдетЪ желаемый продуктЪ 1440000.

47 е.

ПоложимЪ *названныя* числа разныхЪ родовЪ ко умноженїю. НапримѣрЪ 123 четверторублевика, 5 копѣекЪ, 8 цатЪ, множить чрезЪ 5 можно сугубымъ способомъ. Прежде превратить четверторублевики въ копѣйки, чрезъ умноженіе каждаго четверторублевика чрезъ 25, и потомъ прелагай число копѣекъ по 25, то есть по четверторублевику. Далѣе, преврати копѣйки въ цаты, и приобщи къ нимъ цаты заданныя, произведенія раздѣли на 25. Выйдутъ четверторублевики же; приобщи и тѣ къ прочимъ четверторублевикамъ, выйдетъ валовая желаемая сумма съ копѣйками и цатами, которыя за рочисленіемъ симъ останутся.

48 е.

Ежели множитель состоитъ изъ чиселъ сложныхъ, которые могутъ раздѣлены быть на множителей, то должно умножить сими множительми. Ибо выйдутъ числа простыя. Напримѣръ 206 пудъ, 9 фунтовъ, 6 золотниковъ, умножить чрезъ 48. 48 какъ продуктъ пріемля, выходящій изъ 8, помноженныхъ 6 ю, то помножь число прежде означенное 6, произшедшее отъ того опять помножь 8, то выйдетъ 48 разъ, число преждеозначенное: ибо шестерократное будетъ взято еще въ восемь кратъ.

49 е.

Естьли же не льзя множителя раздробить на факторы, то возми меньшее ближайшее число, могущее быти факторомъ, умножай по вышеписанному и прикладывай къ произведенію, произведенія чиселъ прочихъ.

ДѢЛЕНІЕ.

50 е.

Дѣлить разумѣется, одну величину изъ другой отсѣкать, елико возможно есть, примѣчая при томъ, до коликихЪ кратЪ отсѣченія возможны. [9] А по сему зовется дѣленіе *повторяемымЪ вычитаніемЪ*, коликократно одна величина отЪ другой отсѣкаться можетЪ, во столько же кратЪ первая замыкается во второй. Льзя такЪ же сказать, что дѣленіе есть розыскЪ, во сколько кратЪ одна величина вЪ другой замыкается.

51 е.

СтанемЪ дѣлить, напримѣрЪ 18 чрезЪ 3, найдемЪ, что вЪ дѣлимомЪ 3 дѣлителя, или 3 изЪ 18 шесть кратЪ отсѣкатися могутЪ. Число 18, раздѣленное на 3 шесть разЪ, не оставляетЪ ничего по себѣ, то должно на мѣсто тѣхЪ 18 поставить другія 18 же. ЧрезЪ умноженіе 6 чрезЪ 3, цыфра 3 есть вЪ задачѣ сей *дѣлитель*, цыфра 6 *квотіентЪ*, цыфра 18 *дѣлимое* [9]. Дѣлитель съ квотїентомъ помноженный, даетъ дѣлимое число [24].

52 е.

По сему ясно, когда 3 въ 18 шестерократно, то и цыфра 6 въ трижды заключаться должна въ цыфрахъ 18. Инако же бы 6 помноженныя 3, не производили 18. И тако 6 въ 18 троекратно замыкается, слѣдовательно, 6 есть третїя часть 18; изъ дѣлимыхъ 18 нашедъ третїю часть, найду квотїентъ оныхъ. Можно такъ же говорить: дѣленїе зовется раздроблять число, на столько частей, сколько другое число содержитъ въ себѣ единицъ, составляющее одну изъ показанныхъ частей. 24 раздѣленные на 4, зовется 24 на 4 части разсѣченныя; 36 раздѣленные чрезъ 9 зовется девятою частїю, отъ 36 и такъ далѣе.

Когда число дѣлимое и дѣлитель стоятъ въ таблицѣ Пиѳагорической, то находимъ квотіентъ въ мгновеніе. Въ ней видимъ, что есть третія часть 12, 24 и такъ далѣе, всякій разъ, однако же примѣчать надлежитъ, умножая квотіентъ дѣлителемъ, что продуктъ, или произведеніе дѣлимаго, равны ли между собою, и тогда дѣленія оказуется вѣрность. [51] Приступимъ къ прочимъ двумъ родамъ дѣленія, при коихъ еще къ примѣчанію, чтобъ на мѣсто дѣленія единымъ разомъ цѣлаго заданнаго числа, дѣлить надлежитъ всѣ онаго части одну по другой; ибо ежели вѣдаю я, коликократно нѣкое извѣстное число въ каждой части другаго числа замыкается, то вѣдаю же тогда, и сколько оныхъ замыкается же въ полномъ заданномъ числѣ: ибо цѣлое, и всѣ онаго части въ совокупности, равны суть [11].

54 е.

Надобно ли дѣлить мнѣ сложное число чрезъ число простое, то поступлю такъ: ставлю дѣлителя съ лѣвой стороны, и отсѣкаю его крючкомъ отъ числа дѣлимаго. Провожу черту, для помѣщенія подъ нею квотіента; начинаю I цыфрою дѣлимаго съ лѣвой стороны и избираю цыфру столько же содержащую въ себѣ, чтобъ только подходила подъ дѣленіе. Нашедъ коликократно дѣлитель въ первой части дѣлимаго замыкается. Умножаю, найденный же мною квотіентъ дѣлителемъ, и выходитъ произведеніе дѣлимой мною части. Нейдетъ ли же подъ дѣленіе ради малости, число, то беру за квотіентъ число соразмѣрное оному:

открывается ли онъ чрезъ вычитаніе, что нѣчто сверхъ того остается: то познаю, что заданное число не всегда въ полности раздѣлиться можетъ. Такія остатки не должны быть болѣше дѣлителя, инако же бы дѣлитель еще большекратно въ заданномъ числѣ замыкался; въ такомъ случаѣ потребенъ квотіентъ большій предъ прежнимъ. Поминаемые остатки припрягаютъ къ цыфрамъ слѣдующаго ряда за первымъ, и такъ продолжаютъ, доколѣ всѣ части дѣлимаго не будутъ раздѣлены: напримѣръ 13456 дѣлю я на 8, такимъ образомъ, начинаю прежде цыфрами двумя первыми, ибо одна первая нейдетъ подъ дѣленіе мое, и говорю 8 въ 13 состоятъ во одну крату. Первую цыфру 1, ставлю на мѣсто квотіента, и тогда всѣ первыя цыфры значущія 13000 превратицЪ и квотіентЪ мой. знаменую-щій одну тысячу, у потомЪ уже не примѣчаю сего: ибо получаю кЪ дѣленію еще 3 цыфры, и цыфра сія 1, получаетЪ надлежащее мѣсто свое, 4 на концѣ. Теперь умножаю квотіентЪ дѣлителемЪ, ставлю продуктЪ 8 подЪ дѣлимымЪ 13, вычитаю одно изЪ другаго, остается 5. Вижу тогда, что дѣлилЪ я только 8. Прилагаю кЪ нимЪ оставшіися 5000 изЪ слѣдующаго рода цыфровЪ, то есть 4 сотенныхЪ, и выходитЪ 54 сотенныхЪ же, которыя подобно же дѣлю. 8 вЪ 54 состоитЪ вЪ шесть кратЪ, и тако 6, есть вторая часть квотіента, 6 разЪ 8 48. Сіи 48 ставлю подЪ 54, и вычтя нахожу, что еще остается шестисотенная цыфра кЪ раздѣленію. Приобщаю кЪ тому слѣдующія 5 десятковЪ. Означающую цыфру, дѣлю чрезЪ онуго шестисотен-

-ную, сирѣчь 65 десятковЪ совокупно. 8 вЪ 65 вЪ восемь кратЪ, то и получаю чрезЪ то третїю часть квотїента 8 разЪ 8, 64; когда я продуктЪ сей паки вычту изЪ 65 десятковЪ, то еще остается десятокЪ одинЪ, которой приобщаю кЪ послѣдней единичной цыфрѣ и составлю 16 единичныхЪ цыфровЪ. 8 вЪ 16 замыкается двоекратно и два раза 8, то есть 16 выходитЪ. Послѣдняя часть квотїента будетЪ единичная цыфра 2, и тако дѣлитель 8, вЪ тысячахЪ замыкается тысячу разЪ, вЪ сотняхЪ шесть сотЪ разЪ, вЪ десяткахЪ 80 разЪ, вЪ числахЪ единичныхЪ 2 раза, слѣдовательно, вЪ полномЪ заданномЪ числѣ 1682. Умножу ли все частное дѣлителемЪ, выходитЪ произведенїе дѣлимаго и будетЪ то знакомЪ вѣрности моего дѣла [51].

$$\begin{array}{r}
8 \\ \hline
54 \\
48 \\ \hline
65 \\
64 \\ \hline
16 \\
16 \\ \hline
\end{array}$$

Напримѣръ
$$\begin{array}{r}
1682 \\
8 \\ \hline
13456
\end{array}$$

55 е.

Сверхъ способа сего дѣлить, дѣлятъ и иными, изъ коихъ обычайнѣе суть 2. Первый состоитъ въ томъ, что произведенїе изъ частнаго числа, въ дѣлимомъ не ставятъ подлѣ дѣлимыхъ цыфровъ, какъ въ первомъ предписанїи, но или держатъ въ умѣ, или означаютъ на особомъ мѣстѣ. Остающееся по вычитанїи ставятъ подъ раздѣленное число, и всякїй разъ тѣ цыфры, которыя уже раздѣлены, подчеркиваютъ, или вымарываютъ, избѣгая замѣшательствъ. И сїе зовется *дѣленїе взаимственное*. Другїй способъ есть, слывущїй *дѣленїемъ верховымъ*, которое разнится отъ перваго тѣмъ, что остатки дѣлимаго ставятъ надъ цыфрами онаго, по чему и прозвано *дѣленїемъ верховымъ*. Дѣлителя же ставятъ подъ числами дѣлимыми, напримѣръ:

Взаимственное		Верховое	
8) 13456 561	1682	561 13456 8888	1682.

56 е.

Часто случаются на концѣ остатки дѣлимаго, и есть оное знакъ, что заданное къ дѣленїю число не въ полности раздѣлено быть можетъ; такїй остатокъ приобщаютъ къ частному. И чрезъ употребительный нѣкоторый знакъ, вразумляютъ, что и сїе надлежало бы раздѣлено быть. Подобныя остатки составляютъ числа ломаныя, напримѣръ, дѣлю я 457 чрезъ 3, нахожу квотїентъ 152, остается на концѣ цыфра 1, нейдущая подъ дѣленїе чрезъ 3. Полное частное 152, то оставшуюся цыфру 1, приобщаю къ тому $\frac{1}{3}$ одного цѣлаго цыфра. Повѣряя задачу мою чрезъ умноженїе частнаго, не долженъ забывать и сей мой остатокъ. Въ приобщенїи онаго къ произведенїю, инако же раздѣленное мною будетъ меньше дѣлимаго.

$$
\begin{array}{r|l}
3)\ 457 & 152\tfrac{1}{3} \\
3\cdot\cdot & \\
\hline
15\cdot & \\
15\cdot & \\
\hline
07 & \\
6 & \\
\hline
1 &
\end{array}
$$

57 е.

Сложное число чрезъ сложное же дѣлится такъ: надлежитъ съ начала поступить по вышеписанному уже, и дѣлить части дѣлимаго одна подъ другой, прiемля, каждую, чтобъ была больше дѣлителя, инако же не можно. Воображай себѣ, что можетъ быть полный дѣлитель замыкается въ полномъ дѣлимомъ тобою, во столько кратъ, сколько означаетъ кратъ же одна цыфра дѣлителя, въ первой же цыфрѣ дѣлимаго тобою числа. Часто ошибаемся въ томъ, однако же легко усматриваемъ, напали ли мы на истинное частное, егда онымъ помножимъ дѣлимое число. Больше ли продуктъ нежели число дѣлимое, то должно избрать меньшее частное; по вычитанiи есть-ли остатокъ больше будетъ дѣлителя, то частное мало для твоего дѣла. Чрезъ сіе всякій разъ будемъ въ состояніи находить истинное частное. Такъ продолжать должно, доколѣ раздѣлишъ всѣ дѣлимаго части. Слѣдующій примѣръ обьясняетъ сіе: 68753425 дѣлю я на 325.

325) 68753425 | 211549
650 . . . . .
375 . . . .
325 . . . .
5.0.3 . . .
3 2 5 . . .
178.4 . .
1625 . .
1592 .
1300 .
2925
2925
0

Начинаю первыми тремя цыфрами 687, ибо больше оныя дѣлителя 325, слѣдовательно и дѣлится имъ могутъ, и говорю: первая цыфра дѣлителя 3, можетъ быть въ первой же цыфрѣ дѣлимаго 16, и во столько же кратъ замыкается, какъ полный мой дѣлитель 325 въ дѣлимомъ мною 687. 3 дважды замыкаются въ 6; то и первую часть квотїента моего полагаю 2, множу дѣлителемъ, ставлю продуктъ подъ частїю дѣлимаго мною, вычитаю одно изъ другаго, и увижу, нашелъ ли я истинный квотїентъ. Остатокъ 37 приобщаю ко второй перемычкѣ цыфровъ, а къ тому беру сверху цыфру 5, и тако продолжаю чрезъ всѣ перемычки фигуры моей, доколѣ не найду всѣ части моего квотїента.

58 е.

Названные числа, состоящїя изъ разныхъ родовъ, дѣлятся какъ и чрезъ умноженїе, способомъ сугубымъ. Должно превратить, или полное заданное число въ единичное, то есть, состоящее изъ единницъ нижней степени, и тогда уже начинать дѣленія ихъ; или начинать потчасъ дѣленіемъ вышшей степени цыфровъ; а что за тѣмъ дѣлимо быть не можетъ, превращать въ число особое и причислять оное къ слѣдующей за тѣмъ степени цыфровъ: такъ продолжай, доколѣ не раздѣлятся всѣ части дѣлимаго; напримѣръ, надобно ли раздѣлить 6616 рейхсталеровъ, 15 грошей, 8 фенинговъ, чрезъ 28; то по первому способу превращается 6616 рейхсталеровъ въ гроши, къ тому приобщаются 15 заданныхъ грошей же; далѣе, гроши превращаютъ въ фенинги, прикладываютъ къ нимъ заданные 8 фенинговъ, выходитъ сумма фенинговъ, столько же въ себѣ содержащая, какъ и сумма 6616 рейхсталеровъ, 15 грошахъ, 8 фенингахъ: сумма сія въ фенингахъ, раздѣленная, дастъ частное въ фенингахъ же, который должно по томъ привести въ гроши, гроши же въ рейхсталеры, ибо не во обычаѣ есть ставить большїя суммы мѣлкими монетами; да и было бы то надъ мѣру задолжительно. Лутчѣ сего способа, способъ вторый, по написанному подъ симъ примѣру.

28) 6616 | рейхст. 15 грошей, 8 фенинг.
36 | 236 рейхст.
10.1.
84
17.6.
16.8.
8 рейхсталер.
24 умножь
192 гроша
15 грош. сложи
28) 207 грошей
19615 грошей
11 остатокъ
12 умножь
22 фенинга

Начинай раздѣленїемъ 6616 рейхсталеровъ, обычайно чрезъ 28 выйдетъ квотїентъ 236 рейхсталеровъ. За тѣмъ останется 8 рейхсталеровъ, не идущїя подъ дѣленїе чрезъ 28. Преврати оныя въ гроши

11
132 фен. = 11 грош.
8 фен. сложи
140 фенинги
28 140 фенинги
0

помножь чрезъ 24. Къ тому приобщи число вторыя перемычки, то есть 15 грошей, выйдутъ 20 грошей; сіи раздѣлить опять чрезъ 28, выйдетъ квотіента 7 грошей, неудобь дѣлимаго же остатка 11 грошей. Сіи 11 грошей умножь чрезъ 12, выйдутъ фенинги: приобщи къ нимъ заданныя 8 фенинговъ, произшедшую отъ того сумму 140 фенинговъ, раздѣли опять чрезъ 28, то послѣдняя часть квотіента состоять будетъ въ 5 фенингахъ: и тако повѣриши цѣлый квотіентъ 236 рейхсталеровъ, 7 грошей, 5 фенинговъ.

59 е.

Когда дѣлитель состоитъ изъ чиселъ сложныхъ, могущихъ раздроблены может быть на числа простыя, то можно же употреблять способъ какій замѣченъ нами при *умноженіи*. Дѣли чрезъ фактора простыми числами, которыя легко просматривать можно, частное поставь подъ дѣлимымъ, остающія же числа держи въ умѣ. Возмемъ примѣръ приведенный уже, ибо дѣлитель имѣетъ все то, чемъ скорѣе и лучше приступить къ розвязкѣ задачи сей, дѣлитель 28 можетъ раздробленъ быть въ факторовъ 4, и выйдетъ 4 часть дѣлителя 7. [25] прежде приведенное число 6616 рейхсталеровъ, 15 грошей 8 фениговъ чрезъ 20 дѣли такъ:

6616 рейхстал.	15 грошей,	8 фениг.
945	5	8

4236 рейхсталеровъ, 7 грошей, 5 фениговъ. Проведи черту подъ дѣлимымъ, поставь дѣлителя подъ онымъ, и начинай дѣлить первымъ дѣлителемъ 7. Когда 6616 рейхсталеровъ раздѣлю чрезъ 7, выйдетъ квотіентъ 945, во остаткѣ же будетъ 1 рейхсталеръ. Послѣдній превратн въ гроши, прибавь къ нимъ заданныхъ 15 грошей, выйдетъ 39 грошей, изъ коихъ седьмая часть будетъ 5. Сіи 5, яко квотіентъ грошей, поставь подъ грошами же, оставшіися же за тѣмъ гроши преврати въ фенинги. 4 гроша составляютъ 48 фениговъ. Прибавь къ нимъ заданныя 8 фенинговъ. Наконецъ раздѣли 945 рейхсталеровъ, 5 грошей, 8 фениговъ, чрезъ 4, то есть чрезъ 2 фактора, тѣмъ же самымъ образомъ; выйдетъ частное 236 рейхсталеровъ, 7 грошей, 5 фенинговъ. Сіе рѣшеніе задачи, по сличеніи съ первымъ рѣшеніемъ же, найдешь, что послѣдній способъ много корочѣ, но какъ должно многія числа, притомъ держать въ умѣ, то начинателямъ учиться Арифметикѣ, кажется труденъ: но и сіе облегчить можно, держимое въ умѣ записывая особливо.

О ДРОБЯХЪ ИЛИ ЛОМАНЫХЪ ЧИСЛАХЪ.

60 е.

Ломаныя числа произходятъ отъ раздробленія величины въ нѣсколько частей.

Напримѣръ, ежели я пріемлю талеръ за единницу, то гульденъ, яко третія часть талера, будетъ дробь, поелику талеръ имѣетъ три гульдена. И я беру только одинъ, а два оставляю. При числахъ ломаныхъ два примѣчанія: первое, на сколько частей раздѣляется величина; второе, сколько тѣхъ частей берется для дроби. Первое число показующее, сколько данная величина частей въ себѣ заключаетъ, зовется *именователь*, а второе число *числитель*, и пишется перомъ, или грифилемъ, подобно частному, числитель въ верху надъ чертою, а именователь подъ чертою: напримѣръ двѣ трети пишутся такъ: $\frac{2}{3}$.

61 е.

Можно одну часть цѣлаго брать столько разъ, сколько оныхъ цѣлое число въ себѣ замыкаетъ, или иногда и болѣе, напримѣръ: $\frac{5}{5}$ или $\frac{7}{4}$. Такія дроби, кои равны, или болѣе своихъ единницъ, зовутся *неправильными дробми*: для различенія отъ тѣхъ, кои суть меньше своихъ единницъ, зовущихся *правильными*, или *истинными дробми*, какъ то: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ и прочее.

62.

Когда понятіе о дѣленіи, изъясненное въ [52], сличать будеши съ понятіемъ же о ломаныхъ числахъ, то найдешь что дроби принимать должно за частное. Напримѣръ $\frac{1}{3}$ есть дробь, значущая раздробленную единицу на три части, изъ коихъ беремъ одну только часть. Когда талеръ содержитъ въ себѣ 3 гульдена, то гульденъ будетъ $\frac{1}{3}$ талера, то есть одна часть раздѣленной на три части единницы. И такъ примѣръ приведенный здѣсь еще становится яснѣе, ибо третія часть рейхсталера, или 24 гроша чрезъ три раздѣленные, дадутъ три равныя части, изъ коихъ каждая заключаетъ восемь грошей. Тожъ разумѣть надобно и о такихъ дробяхъ, коихъ *наименователь* будетъ цыфра 1. Въ приведенномъ здѣсь примѣрѣ.

$\frac{2}{3}$ рейхсталера есть дробь взятая изЪ раздробленія талера на 3 части и состоитЪ изЪ двухЪ частей. Два рейхсталера дѣлимые чрезЪ 3, есть отсѣченіе третіей части отЪ двухЪ талеровЪ [52]. Слѣдовательно одно есть, отЪимаю ли я отЪ двухЪ сугубыхЪ чиселЪ одну часть, или двѣ части отЪ числа единственнаго. Третія часть двухЪ рейхсталеровЪ отЪ 48 грошей, есть 16. Ежели я одинЪ талерЪ, или 24 гроша раздробляю на три части, сирѣчь 8 + 8 + 8 и возму двѣ такія части, то выйдетЪ 16 грошей. ОтЪ сего самаго произходитЪ, для чего частное и дроби одними и тѣми же знаками изображаются. Слѣдовательно легко находить вЪ дробяхЪ не свойственныхЪ, сколько оныхЪ состоитЪ вЪ цѣлостяхЪ; надобно только принимать оныя частными, и *числителя* дѣлишь чрезъ *наименователя*. Напримѣръ $\frac{38}{7}$ легко превращается такимъ образомъ въ $5\frac{3}{7}$.

63 е.

Числитель дроби какой либо показуетъ недостатокъ частей; *наименователь* же замѣчаетъ просто только раздѣленія цѣлаго [60]. Естьли увеличу я *числителя* и оставлю *наименователя*, не премѣнивъ ни чѣмъ, то ломаное число неоспоримо становится больше; а уменьшая *числителя*, уменьшится дробь, ибо въ первомъ случаѣ беру больше, въ послѣднемъ же меньше частей цѣлаго: но величины частей остаются непремѣнными. Поставь рядъ ломаныхъ чиселъ имѣющихъ одного и того же *наименователя*, *числителей* же разныхъ, напримѣръ: $\frac{1}{12}$ $\frac{2}{12}$ $\frac{3}{12}$ $\frac{4}{12}$ $\frac{8}{12}$, то увидимъ, что одна дробь другую толикимЪ превосходитЪ, коликимЪ больше одинЪ числитель другаго. НапримѣрЪ: $\frac{2}{12}$ частей вдвоѣ больше $\frac{1}{12}$, ибо *числитель* первой дроби вдвоѣ больше *числителя* послѣдней. $\frac{8}{12}$ вЪ четверо больше $\frac{2}{12}$, ибо *числитель* $\frac{8}{12}$, сирѣчь 8, содержитЪ вЪ себѣ четыре, числителя $\frac{2}{12}$: или 2. Надобно ли ломаное число увеличить, умножь только *числителя*; надобно ли умалить, уменьши *числителя*.

64 е.

НапротивЪ, естьли цѣлую нѣкоторую величину раздроблю на 4 части; то сїи части не могутЪ быть столько же велики, когда данное раздѣлю на большее число частей; понеже *наименователь* показуетЪ раздѣленїе цѣлаго [60]; то слѣдуетЪ, что не перемѣня числителя дробь становится меньше [illegible] личиваніи ее *наименователя.* Становятся оныя больше, когда части наименователя раздробляются на меньшія части. Поставимъ рядъ ломаныхъ чиселъ имѣющихъ одного *числителя*, *наименователей* же разныхъ, напримѣръ $\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{32}$; то увидимъ, что одна дробь вдвоѣ больше другой, хотя *числитель* каждой вдвоѣ меньше каждаго же другаго *числителя*. И такъ далѣе. $\frac{1}{2}$ вдвоѣ больше одной четверти. Ибо числитель первой [2] есть въ половину числителя 2. [4] $\frac{1}{8}$, четыре раза больше $\frac{1}{32}$, потому что первый наименователь [8], есть четвертая часть наименователя [32] второй. И тако естьли числитель остается непремѣннымъ, то увеличиваніе ломанаго числа дѣлается уменьшеніемъ *наименователя*; уменьшеніе же наименователя чрезъ умноженіе числителя, во столько кратъ больше, во сколько тотъ уменьшается.

65 е.

Когда и числителя и наименователя одного нѣкотораго ломанаго числа, одинакимъ числомъ умножаешъ; то дробь остается непремѣнна. Умножая числителя умножаю дробь [63]. Умножая наименователя такимъ же точно множителемъ, уменьшаю его во столько, во сколько прежде умножилъ [64]. Слѣдовательно самаго по себѣ не премѣнилъ: ибо и умножалъ, и дѣлилъ однимъ числомъ [23]. Напримѣръ $\frac{1}{2} \times \frac{3}{3}$, или $\frac{3}{6}$ содержитъ столько же какъ $\frac{1}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{4}$, или $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$, и такъ далѣе. А по сему каждое ломаное число, можетъ безчисленно премѣняться, не премѣняя своего количества. На многихъ мѣстахъ сочиненія моего покажу пространнѣе.

66 е.

Числитель и наименователь одного и того же ломанаго числа, раздѣленные однимъ и тѣмъ же дѣлителемъ, ломаное число остается въ количествѣ своемъ не премѣнно. Раздѣляя числителя, уменьшаю ломаное число [63]. Раздѣляя наименователя дѣлителемъ тѣмъ же, ломаное число увеличиваю во столько же кратъ, во сколько въ первомъ случаѣ уменьшалъ, [64] слѣдовательно дробь остается въ количествѣ своемъ непремѣнна. Напримѣръ, когда я числителя и наименователя ломанаго числа $\frac{6}{12}$, дѣлю чрезъ 6, то выходитъ $\frac{1}{2}$. Но обѣ дроби означаютъ одно и то же количество. Ежели одну единницу раздроблю на двѣнатцать частей, и возму изъ нихъ шесть, что сїе самое то же есть, какъ бы взялъ я одну половину, другую же оставилЪ, открывается чрезЪ сіе легкій способЪ многія дроби во множественномЪ числѣ изражать и изображать числами меньшими, и сіе зовется *облегчать дроби.* Надобно только узнать, могутЪ ли быть однимЪ дѣлителемЪ раздѣлены числитель и наименователь. НапримѣрЪ $\frac{126}{196}$ раздѣленныя чрезЪ 7, превращается дробь $\frac{18}{27}$ вЪ меньшія числа, коихЪ числитель и наименователь дѣлиться можетЪ еще чрезЪ 9, и выйдетЪ дробь $\frac{2}{3}$ вЪ наименьшихЪ числахЪ, ибо первая дробь $\frac{126}{189}$ выйдетЪ та же $\frac{2}{3}$, когда числитель и наименователь оной раздѣлится на 63.

67 е.

Часто бываетЪ нужно дроби имѣющія разныхЪ наименователей подводить подЪ одинакое названіе, какЪ изЪ слѣдующаго увидимЪ. Сіе дѣлается такЪ: надобно ли двѣ дроби привести подЪ одинакое наименованiе, то помножь числителя и наименователя первой дроби именователемЪ второй, а числителя же и наименователя вторыя именователемЪ первыя дроби, отЪ чего произойдутЪ дроби совершенно равныя даннымЪ; поелику числитель и наименователь каждой дроби одинакимЪ числомЪ былЪ умножаемЪ, слѣдовательно и количество ихЪ осталось вЪ непремѣнности [65]. Далѣе, новыя дроби необходимо одинакихЪ же получатЪ наименователей; ибо произведенiе наименователя данной дроби, равно какЪ и произведенiе числителя произойдетЪ отЪ одного множителя [42]. НапримѣрЪ, хочу ли я привести подЪ одно наименованiе дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{5}$, то помножь первой ломки числителя и наименователя наимемователемъ вторыя ломки, то есть 58, чрезъ что выйдетъ $\frac{10}{15} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{5}$, такъ же поступлю и съ другою ломкою, умножа числителя именователя чрезъ 3, выйдетъ $\frac{12}{15} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{3}$; обѣ ломки $\frac{10}{15}$ и $\frac{21}{15}$ одно имѣютъ наименованіе и количествомъ равны даннымъ $\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{5}$ [65]. Ежели дано будетъ нѣсколько дробей, то надобно только умножить числителя и наименователя каждой дроби произведеніемъ наименователей прочихъ, и выйдутъ равноколичественныя дроби и одинаковаго наименователя. Положимъ, что даны дроби $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{7}$. Помножь прежде числителя и наименователя $\frac{1}{2}$ произведеніемъ изъ наименователей прочихъ двухъ дробей, сирѣчь 3×7, выйдетъ $\frac{1}{2} \times \frac{3}{3} \times \frac{7}{7} = \frac{21}{42}$. По томъ вторую ломку $\frac{2}{3}$ числителя и наименователя умножь произведеніемъ изъ наименователей первой и третіей ломки, 2 раза седьмь, выйдетъ $\frac{2}{3}\times\frac{2}{2}\times\frac{7}{7}=\frac{28}{42}$, наконецъ и третіей дроби числителя и наименователя умножь $\frac{4}{7}$ произведеніемъ изъ наименователей обѣихъ первыхъ 2×3, выйдетъ $\frac{4}{7}\times\frac{2}{2}\times\frac{3}{3}=\frac{24}{42}$. Сіи три новыя ломки $\frac{21}{42}$, $\frac{28}{42}$ $\frac{24}{42}$, первымъ тремъ совершенно равны и одного имѣютъ наименователя.

СЛОЖЕНІЕ и ВЫЧИТАНІЕ ДОЛЕЙ.

68 е.

Складывать можно числа одного только рода, сирѣчь, состоящія изъ одинакихъ единницъ [30]. Но какъ дроби, или доли съ разными наименователями, напримѣръ $\frac{5}{12}$ $\frac{7}{24}$ неравныя имѣютъ части; то по сему ясно, что при такихъ дробяхъ, или доляхъ, доколѣ они такъ изображаются, сложеніе не имѣетъ мѣста. Имѣютъ ли же доли, или ломки, одного наименователя, то идутЪ подЪ сложенїе: складываются ихЪ числами, наименователь же остается непремѣненЪ, ибо числители, свойственно, показуютЪ число ихЪ частей, наименователи же только одно ихЪ раздѣленїе [60]. НапримѣрЪ $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{9+5}{9} = \frac{7}{9}$, естьли дроби будутЪ имѣть разныхЪ наименователей, то должно ломки привести подЪ одно названїе [67]. И складывать по вышеписанному; $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{8}{20} + \frac{15}{20} \frac{22}{20} = 1\frac{3}{20}$.

69 е.

То же произходитЪ что упомянуто о вычитанїи простомЪ, то есть ломки, или доли одинакаго наименованїя вычитаемы быть могутЪ. Вычитанїе же оныхЪ дѣлается, вычитая одного числителя изЪ другаго, а наименователей оставляя вЪ непремѣнности. По сему ясно, что $\frac{3}{10}$

изЪ $\frac{5}{10}$ вычтенныя; оставляютЪ $\frac{2}{10}$. Естьли дроби имѣютЪ разныхЪ наименователей, то преврати ихЪ по [67] вЪ разноколичественныя и одного наименованія, и тогда вычитай. НапримѣрЪ: $\frac{5}{8}\ \frac{2}{7} = \frac{35}{56}\ \frac{16}{56} = \frac{35-16}{56} = \frac{19}{56}$.

УМНОЖЕНІЕ и ДѢЛЕНІЕ ДОЛЕЙ.

70 е.

Ежели надобно дробь, или долю, умножить полнымЪ числомЪ, то помножь полное сіе число числителемЪ дроби, оставляя наименователя вЪ непремѣнности по [63]. НапримѣрЪ $\frac{3}{4} \times 5 = \frac{3 \times 5}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$. ТакЪ же поступай вЪ умноженіи цѣлаго числа чрезЪ ломаное, напримѣрЪ $\frac{4 \times 3}{7} = \frac{4 \times 3}{7} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$; ибо 4 умножить $\frac{3}{7}$, есть $\frac{4 \times 3}{7}$ разЪ, то есть четыре вЪ седьмь частей раздробленные, изЪ которыхЪ берешЪ три части, и тако долженъ я прежде дѣлить 4 и 7 чрезъ $\frac{4}{7}$ потомъ тремя умножить: $\frac{4}{7} \times 3 = \frac{4 \times 3}{7} = \frac{12}{7}$.

71 е.

Естьли дѣлить ломаное число чрезъ цѣлое, то помножь цѣлое число наименователемъ, оставя числителя въ непремѣнности: или, когда то, можно, раздѣли числителя чрезъ полное число, оставляя въ непремѣнности наименователя. Напримѣръ $\frac{6}{7}$ чрезъ 3, выходитъ: $\frac{6}{7 \times 3} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$; или инакимъ образомъ $\frac{6 : 3}{7} = \frac{2}{7}$. Ибо, естьли умножаю наименователя, числителя же оставляю въ непремѣнности, то дробь по тому самому будетъ во столько разъ меньше, во сколько разъ больше будетъ наименователь [64]. Такъ же раздѣляя дробей числителя, а наименователя оставляя въ непремѣнности

[63], выходитъ то же частное, однако же способъ дѣленія дробей тогда наилутчій, когда числитель безъ остатка на данное число раздѣлится. Инако же, какъ напримѣръ $\frac{7}{9}$ дѣля чрезъ 3; то въ частномъ выйдетъ дробь неловкая къ счисленію $\frac{2\frac{1}{3}}{9}$. Когда хочешъ вывесть то на повѣрку, выводи такъ же какъ и полныя числа, множа дѣлимое частнымъ и сличая произведеніе съ дѣлимою дробью.

72 е.

Дабы умножить доли долями; надобно множить числителя числителемъ, а именователя именователемъ. Напримѣръ: $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$. Ибо когда множу $\frac{2}{5}$ тремя четвертьми, то долженъ отъ трехъ четвертей двѣ пятины отнять. Отъимаю двѣ пятины отъ цѣлаго, раздѣливъ прежде оное на пять частей. Въ настоящемъ случаѣ, долженъ я три четверти раздѣлить на пять частей. То есть, чрезъ 5 умноживъ 5 именователя $\frac{3}{4\times5}$ [71], и сїе по томъ умножить чрезъ 2, $\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{20}$. [70] И такъ дробь $\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{20}$, будетъ имѣть числителемъ своимъ произведенїе изъятое отъ числителей данныхъ дробей или долей; именователемъ же произведенїе именователей оныхъ, и по тому познается вѣрность правила сего. Не должно дивиться, что въ такомъ случаѣ произведенїе будетъ меньше умножаемой дроби. Ибо величина, или цѣлое правильною дробью множимое, не признается величиною единожды, или нѣсколько разъ взятою [или увеличенною]; но отнятїемъ отъ ней одной или многихъ частей. Одна, или многїя части какого либо цѣлаго, никогда не бываютЪ столько же велики, какЪ все ихЪ цѣлое [11]. И такЪ когда умноженіе называемЪ увеличиваніемЪ числа, то сіе разумѣется вЪ случаѣ умноженія числЪ цѣлыхЪ.

73 е.

Естьли надобно дѣлить дробь дробью, которая бы имѣла одинакаго именователя, то дѣли просто числителя дѣлимой числителемЪ дѣлителя. НапримѣрЪ, $\frac{12}{17} : \frac{3}{17} = \frac{12}{3} = 4$. БезЪ дальняго доказательства видно, что $\frac{3}{17}$ вЪ $\frac{12}{17}$ столько же кратЪ содержится, какЪ и 3 вЪ 12 четырежды. Ежели будутЪ дроби разныхЪ наименованій, то обратя дѣлящую дробь помножь дѣлимую. НапримѣрЪ: $\frac{3}{5} : \frac{2}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{21}{10} = 2\frac{1}{10}$. И сіе дѣленіе дробей есть сокращенное рѣшеніе задачь. ХощешЪ ли проникнуть до основанія сего рѣшенія, то должно приняться за полную развязку сей задачи. Видѣли, какимъ образомъ дѣлятся дроби одинакихъ именователей; изъ чего и окажутся по [67], что равноколичественныя дроби изъ $\frac{3}{5}$ есть $\frac{3}{5} \times \frac{7}{7}$, изъ двухъ седьмыхъ $\frac{2}{7} \times \frac{5}{5}$. И такъ когда раздѣлю я $\frac{3}{5}$ чрезъ $\frac{2}{7}$, или $\frac{3}{5} \times \frac{7}{7}$, чрезъ $\frac{2}{7} \times \frac{5}{5}$, суть яко равноколичественныя: $\frac{3}{5} \times \frac{7}{7}$ и $\frac{2}{7} \times \frac{5}{5}$, то есть одного именователя имѣющія, сирѣчь 7×5 или 35. То надобно только числителя дѣлимой дроби на числителя дѣлящей раздѣлить, какъ показано прежде, то есть $\frac{3}{2} \times \frac{7}{5}$, и будетъ числитель частнаго произведеніе изъ числителя дѣлимой и именователя дѣлящей дроби произведеніе отъ наименователя дѣлящей. Выходитъ равное частному, которое произойдетъ, ежели обратимъ дѣлителя и помножимъ онымъ дѣлимое. При семъ срѣтается нѣчто странное: по видимому, поелику частное выходитъ большее число, нежели дѣлимое. Но когда разсудимъ, что части въ части другой столько же кратъ замыкается, во сколько кратъ одна дробь больше другой: то и минуетъ удивленіе наше, что дробь дробью дѣлимая даетъ въ частномъ полное число. Дѣленіе въ такомъ случаѣ есть уменьшеніе, когда дѣлитель состоитъ изъ полныхъ чиселъ.

74 е.

Надобно ли дѣлить полные числа чрезъ ломаные, то обратя дробь, какъ и прежде, помножь ею полныя числа. Напримѣръ; $8 : \frac{2}{3} = 8 \times \frac{3}{2} = \frac{24}{2}\ 12$, ибо $8 = \frac{8}{1}$ слѣдовательно $8 : \frac{2}{3} = \frac{8}{1} : \frac{2}{3} = \frac{8}{1} \times \frac{3}{2}$ [73] то есть $\frac{24}{2} = 12$.

75 е.

Естьли взаимно соединены полныя числа дробьми, тогда называется смѣшенными числами; то преврати въ дробь неправильную и поступай какъ съ обычайными, или правильными дробьми. Всякое число превращается въ какого хочешъ именователя, когда будетъ умножено именователемъ и раздѣлено на него же. Напримѣръ 4 можетъ превращено быть въ $\frac{12}{3}$. Когда помножу тремя и произшедшею раздѣлю чрезъ 3 же, то есть: $4 = \frac{4 \times 3}{3} = \frac{12}{3}$ [23, 62]. Надобно ли $4\frac{2}{3}$ дѣлить чрезъ $3\frac{1}{2}$, то цѣлое число 4 преврати въ трети и приложи къ тому $\frac{2}{3}$, по томъ изъ числа трехъ сдѣлай половины, и приложи къ тому одну половину и дѣли оное. Напримѣръ: $4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$, $3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$, слѣдовательно $4\frac{2}{3} : 3\frac{1}{2} = \frac{14}{3} : \frac{7}{2} = \frac{14}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{28}{21} = 1\frac{7}{21} = 1\frac{1}{3}$. Изъ сего слѣдуетъ, какъ поступать развязывая задачи въ смѣшенныхъ числахъ: надобно только умѣть, какъ превращать такія числа въ неправильныя ломки. Но иногда лучшѣ оставлять вовсе подобныя превращенія и разыскивать части порознь одна по другой.

76 е.

Тѣ ломки, или доли, коихъ именователь есть 10, или произведеніе 10 и 10 имѣютъ особыя названія и зовутся долями, или дробьми десятичными, какъ то: $\frac{3}{10}$ $\frac{4}{100}$ $\frac{7}{1000}$ $\frac{2}{10000}$, и такъ далѣе. Изображаются, или пишутся такъ: что выпускаютъ именователя, ставятъ же количество числителя не на своемъ мѣстѣ какъ то: ставятся десять частей въ первыхъ, сто частей во вторыхъ, тысяча частей въ третьихъ, и такъ далѣе, считается же съ лѣвой стороны къ правой, числа полныя отъ долей отдѣляются препинанiями; или коммами. Не будетъ ли полныхъ чиселъ къ постановленiю, ставить должно вмѣсто того, о, а по сему правилу приведенныя ломки тако изображаются о, 3472, 10 тысячныхъ частей составляютъ одну сотенную часть, 10 сотенныхъ частей, есть 1 десятая часть и 10 десятныхъ частей составляютъ единницу. По сему ясно, что дроби сiи, или доли такъ же точно возрастаютъ и уменьшаются, какъ и полныя числа подъ обычайнымъ изчисленiемъ нашимъ, слѣдовательно, и такъ же точно можно ихъ складывать, вычитать, множить и дѣлить, не забывать только должно, чтобъ числа одноименные поставляемы были одни подъ другими, и чтобъ числа полныя отъ ломаныхъ, или долей, всякiй разъ препинанiями отдѣлялись.

О КВАДРАТНОМЪ ЧИСЛѢ.

77 е.

Когда какое нибудь число умножится само собою, то произшедшее отъ того произведенїе. Называется *квадратомъ*, а самое то число, отъ котораго произошелъ квадратъ, во отношенїи къ квадрату, именуется *квадратнымъ корнемъ*. Напримѣръ, 4 × 4, или 16, есть квадратное число; 4 и 4 же, есть *корень* 16. Естьли помножишъ квадратъ своимъ корнемъ, то произходитъ *кубъ*, или *кубическое число*, а то число, отъ котораго кубъ произходитъ во отношенїи куба, именуется *корнемъ кубическимъ*. Напримѣръ: 4 × 4 × 4 = 16 × 4 = 64 есть кубическое число; 4 и 4 корень кубическїй отъ 64. Вообще произведенїя какого либо числа, самимъ собою нѣсколько разъ множеннаго, именуются *возвышенія*, или *степени*, а то число, отъ котораго происходитъ степень, есть корень той степени. Число означающее, сколько разъ корень въ умноженіи поставляется, называютъ *степенью*. Ставя надъ онымъ мѣлкою цыфрою на правой сторонѣ знакъ, который называется показатель степени. Напримѣръ вторая степень, или квадратъ отъ 5, то есть 5 × 5, пишется такъ: 5^{2}; третія степень, или кубическое число отъ 5, то есть 5 × 5 × 5 такъ 5 : четвертая степень отъ 5 5 × 5 × 5 × 5. Такъ 5^{4} и такъ далѣе. Знакъ корня есть $\sqrt{}$, внутри угла котораго поставляется малая цыфра означающая степень даннаго количества; однако же не ставится она при числахъ квадратныхъ. Напримѣръ корень квадрата отъ 9 пишется $\sqrt{9}$, корень кубика отъ 27, $\sqrt[3]{27}$, и такъ далѣе. Теперь займемся токмо числами квадратными; ибо другїя степени не такъ часто приходятъ, да и обьясненїе о извлеченїяхъ корней при прочихъ степеняхъ будетъ трудно для юныхъ моихъ начинателей учиться Арифметикѣ.

78 e.

Сїе надлежитъ особенно до двухъ родовъ задачь. Первый: каждое число привести въ *квадратъ*. Сїе дѣлается, естьли помножимъ данное число самимъ собою, какъ оное ясно чрезъ понятїе о числѣ квадратномъ въ [77]. Вторый: каждое даннаго числа, прїемлемаго квадратомъ, сыскать корень; но какъ не изъ всякаго даннаго числа корень съ точностїю находить можно, то произходитъ отъ того раздѣленїе квадратныхъ чиселъ на совершенное и не совершенное. Совершенное квадратное число есть, коего корень можно познать въ точности. Напримѣръ 9, коего корень, и 16, коего корень 4; не совершенное квадратное число есть, изъ коего корня въ точности опредѣлить не можно, а только находить ближайшее къ тому. Напримѣръ, 7, коего корень не 2 и не 3, но 2 съ долями. Корни совершенныхъ квадратныхъ чиселъ именуются числами же извлекомыми, не совершенныхъ же чиселъ корни называются не *извлекомыми*. Другое раздѣленіе корней происходитъ отъ числа частей составляющихъ корень и зовется *корнемъ сложнымъ*, или *дѣлимымъ*; имѣетъ ли оный двѣ токмо части; то *биномическимъ*, или *двоечастнымъ*, имѣетъ ли болѣе частей, то *полиномическимъ*, или *многочастнымъ корнемъ* именуется.

79 е.

Весьма легко раздѣленныя на части корни находить въ совершенныхъ квадратныхъ числахъ, съ помощїю самыя простыя таблицы квадратныя, изъ простыхъ же чиселъ, напримѣръ.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4	9	16	25	36	49	64	81

Въ первомъ рядѣ площадей стоятъ всѣ простые числа, во вторыхъ же оныхъ квадраты. Какъ простыхъ цыфровъ нѣтъ болѣе девяти, то должны всѣ совершенные квадратные числа, дѣлящихся радиксовъ, находиться въ нихъ. Ищу ли я квадратное число, напримѣръ 36, во второмъ рядѣ площадей, то и нахожу его въ шестой площади съ верху. Сїя же самая таблица употребляется при изысканіяхъ радиксовъ и изъ множайшихъ частей состоящихъ, какъ увидимъ скоро.

80 е.

Прежде нежели приступимъ къ тому, какъ находить двучастный радиксъ, остановимся еще на одномъ примѣчаніи, которое намъ впредь будетъ нужно. Поставимъ здѣсь рядъ корней, изъ коихъ каждый слѣдующій корень будетъ въ десятеро предъидущаго, и каждое изъ нихъ обратимъ въ квадратъ.

1 — — 1
10 = 100 Здѣсь можно за-
100 = 10000 мѣтить, что вся-
1000 = 1000000 кій послѣдующій
10000 = 10000000 квадратъ будетъ
имѣть 2 ноля больше, нежели предъидущій квадратъ: напротивъ того, всякій рядъ послѣдующихъ корней однимъ нолемъ будетъ больше предъ-

идущаго. Естьли умножится квадратЪ какого нибудь числа, самЪ собою, или чрезЪ какой либо квадратЪ, то умножится и его корень самЪ же собою, или увеличится во столько разЪ, сколько корень другаго квадрата вЪ себѣ единицЪ имѣетЪ. НапримѣрЪ: ежели квадратное число умножится квадратомЪ отЪ числа 100, то корень сего произведенія будетЪ во сто разЪ больше, нежели корень перваго квадратнаго числа. Сколько такихЪ двоеобразныхЪ произведеній нахожу я вЪ числѣ квадратномЪ, столько же будетЪ имѣть радиксЪ единственныхЪ частей своихЪ. ВотЪ основаніе, для чего извлеченіе радикса квадратнаго причисляется кЪ степени квадратнаго числа, и обѣ степени помянутыхЪ двухЪ фигурЪ задаются кЪ рѣшенію; ибо, по числу степеней, выводятЪ заключенїе о числѣ частей. Напримѣръ число 1 | 10 | 00 | 00 | 00, можетъ раздѣлено быть на пять степеней. Радиксъ числа сего, сирѣчь 10000 состоитъ принаровительно изъ пяти знаковъ. Изчисляя отъ послѣдней степени въ лѣвую сторону, часто находимъ одну цыфру, что и не удивительно, ибо есть квадратное число изъ 1 же знака.

81 е.

Теперь посмотримъ, изъ какихъ свойственныхъ частей состоитъ число квадратное двучастнаго корня, дабы чрезъ правила найти, который изъ нихъ разыскивать нужно. Положимъ такїй радиксъ 64, который изъ двухъ частей состоитъ, то есть изъ 6 десятковъ и 4 единницъ. Одни другими помножа, выходитъ квадратъ ихъ, а чтобъ части квадраты ясные подпадали чувствамЪ нашимЪ, то положу здѣсь всѣ единственныя произведенія вЪ цѣлости ихЪ, и каждый особою чертою разозначу. НапримѣрЪ:

64	обычайно ставимЪ:	64
64		64
16	квадратЪ изЪ 4 единницЪ	256
24 .	произведеніе изЪ 4 един.	384
24	на шесть десятковЪ	4096.
36 . .	квадратЪ 6 десятковЪ	
4096.	квадратЪ числа 64, по сему.	

ЦѢлое квадратное число отЪ 64, то есть 4096, состоитЪ изЪ 36 сотенЪ, 24 десятковЪ, 24 десятковЪ же и 16 единницЪ составляемое. 36 есть квадратЪ 6 десятковЪ, 24 десятка есть произведеніе 6 десятковЪ, 4 единницЪ и другое произведеніе 24 изЪ 4 единницЪ и 6 десятковЪ, и 16 единницЪ есть квадратЪ

4 единницЪ. НазываютЪ ли десятки частїю первою, а единницы второю, то слѣдуетЪ положенїе таковое: „ квадратЪ двучастнаго радикса, „ состоитЪ изЪ квадрата первой „ части [36 сотенЪ]: „ изЪ произведенїя первой части на вторую [24 десятка], двоекратно взятаго, и изЪ квадрата второй части [16 единницЪ]. И тако квадратЪ первой части ударяетЪ на сотню, ибо составляется десятками; десятокЪ десяткомЪ помножа, выходитЪ 100, произведенїя же изЪ первой части на вторую суть десятки; ибо десятки множатся единницами, и квадратЪ вторыя части ударяетЪ на единницы, ибо первая часть единницы вЪ себѣ токмо содержитЪ, и единницы единницами множатся.

Чрезъ сіе познаемъ, какъ части двучастнаго корня находить. Выше означено, что квадратъ первой части ударяетъ на сотни, то и должно смотрѣть, отъ какого корня будетъ ближайшее квадратное число изъ сотенъ значащихся въ приложенной таблицѣ [79]; то и выйдетъ какъ квадратъ первой части, такъ и самая сія первая часть чрезъ раздѣленіе сотенъ. Удвоенное произведеніе изъ первой части ударяетъ на десятки второй части, по чему и долженъ я искать онуую вторую часть между десятками. Когда же одно произведеніе отъ двухъ множителей раздѣлишъ чрезъ одного множителя, или произведеніе отъ трехъ множителей раздѣлю на произведеніе двухъ множителей, то частное будетъ третій множитель [23]. И такъ ежели раздѣлилъ двойное произведенiе первой части на вторую двойнымъ произведенiемъ первыя части, то выйдетъ вторая часть, наконецъ, естьли вычту двойное произведенiе изъ первой части на вторую, и квадратъ второй части такъ же вычту изъ квадрата, то естьли квадратное число совершенное, не останется ничего: ибо всѣ части отъ цѣлаго своего отъимутся тогда. При извлеченiи квадратнаго числа, двучастнаго корня поступаютъ по слѣдующему правилу, ясно вразумительному, какъ выше сказано. 1 е. Раздѣли число съ правой къ лѣвой сторонѣ на степени, чтобъ каждая степень составляла два знака [80]. 2 е. Начни отъ первой степени съ лѣвой руки. Ищи въ квадратной таблицѣ единственнаго числа [79]; такое квадратное число, какое въ первой степени находится, въ которой точнасъ окажется, или самое то число, или ближайшее меньшее, поставь оное подъ первою степенью, а корень его, какъ первую часть искомаго корня, поставь на правой сторонѣ за чертою.

3 е. Вычти сїе квадратное число изъ числа первой степени и къ остатку припиши знаки слѣдующей степени.

4 е. Возми найденный первой части корень, вдвойнѣ, и раздѣли на него десятки второй степени, чрезъ то выйдетъ вторая часть корня. Дѣлителя въ такомъ случаѣ ставятъ по лѣвую сторону крючка, дабы инако не принять его за часть квадратнаго числа.

5 е. Найденную вторую часть корня помножь дѣлителемъ, который содержитъ въ себѣ первую часть

вдвойнѣ: выйдетъ двойное произведенïе изъ первой части на вторую; а какъ оный надлежитъ до десятковъ, то и поставь подъ десятками же.

6 е. Тотчасъ поставь же квадратъ вторыя части такъ, чтобъ былъ нѣсколько правѣе, ибо надлежитъ до единицъ.

7 е. Сложи оба и вычти сумму изъ верхняго числа, то найдешъ всѣ насти извлеченныя изъ квадратнаго числа, слѣдовательно и извлеченïе корня явится совершенное, естьли будетъ совершенное квадратное число; да и справедливость рѣшенïя твоего задачи чрезъ то окажется.

83 е.

Изъ вышеприведеннаго квадратнаго числа 4096 такъ находимъ корень.

40 | 96	(64	
36		
12 | 496		
48		
16		
496.		

Раздѣливъ число на степени начну первою, то есть при 40 ставлю изъ таблицы ближайшій меньшій квадратъ 36 [79], корень же 6 на правой сторонѣ за чертою. По вычетѣ квадрата нахожу, что сверхъ квадрата первой части, еще нѣчто изъ слѣдующей степени между сотнями замыкается. Слѣдующую степень знаковъ припишу въ низу ко остатку 4; возму найденное число первой части 6 вдвойнѣ и будетъ 12, кои поставя по лѣвую сторону снесенныхъ знаковъ раздѣлю оными десятки, при чѣмъ найдется, что 12 въ 49 въ четыре краты; слѣдовательно 4 есть вторая часть корня, которую ставлю съ правой стороны подлѣ первой части, и возъимѣетъ каждое число отъ мѣста своего, свою цѣну, или достоинство. Теперь то умножу сею найденною второю частїю 4, дѣлителя 12 [82 N 5]. И поставлю подъ тѣмъ далѣе въ правую сторону [82 N 6], квадратъ отъ 4, то есть 16, оба сложу, и сумму 496 вычту изъ верхняго числа 496 [82 N 7] въ остаткахъ будетъ 0. По сему вижу, что заданное число есть совершенно квадратное, корень же его 64; умножу ли корень самимъ собою, то опять выходитъ квадратное число и доказываетъ справедливость рѣшенія задачи. Когда же найденная вторая часть съ правой стороны дѣлителя, и вся сїя строка вновь помножится, то выходитъ вдругъ удвоенное произведенїе изъ обѣихъ частей, и квадратъ второй части такъ сокращается онымъ, напримѣръ:

49 | 96 64
36
124 | 496
496

84 е.

Понеже всякія числа представить можно изъ двухъ частей состоящими, то правило сіе служитъ же и на многочастные корни. Пріемля каждую часть съ начала поступай, а по томъ, какъ прежде, только бы оставляя квадратъ третіей, четвертой, и такъ далѣе, части, всякая бы часть пріемлема тобою была особенною. Напримѣръ, корень изъ 544644 такъ находится.

54|46|44   738
49
19|546   738   Раздѣли число съ правой къ лѣвой сторонѣ, на степени, какъ
42
9   738
429   5904

146 | 11744 2214 прежде [80], нач-
1168 5766 ни такъ же съ
64 544644 первой степени
11744 съ лѣвой сторо-
0 ны. Число, кото-

рое въ квадратной таблицѣ [79] соотвѣтствующее первой степени, то есть 54, ближайшее будетъ 49, котораго корень 7, поставь одну часть искомаго корня на принадлежащее его мѣсто, и вычти 49 изъ 54, останется 5. Къ сему числу снеси 46, то есть слѣдующую степень. Возми найденныя въ первой части 7, вдвойнѣ, и раздѣли оными 54. Найдется, что 19 въ 54, замыкается троекратно; и тако вторыя части корень окажется 3, которыми помножь дѣлителя 14, поставь подъ симъ произведеніемъ нѣсколько подалѣе въ правую сторону квадратъ отъ 3 сирѣчь 9, сложи оба вмѣстѣ и произшедшую отъ того сумму вычти изъ суммы же верхней 546. Къ остатку отъ того 117 припиши последнею степень 44, потомъ возми найденныя обѣ части 73 вдвойнѣ, получишъ дѣлителя 146, и естьли имъ раздѣлю 1174, то выйдетъ третія часть корня 8, послѣднимъ умножь опять дѣлителя: произшедшее отъ того поставь по 1174, по томъ умножа 8 само собою, поставь квадратъ отъ 8, сирѣчь 64, далѣе въ правую сторону, сложа вмѣстѣ, и произшедшее вычти изъ суммъ 11744, чрезъ что окончится совершенно вычитанїе, и найдется трехчастный корень, то есть 738. Имѣетъ ли радиксъ больше частей, то опять три сїи части 738 должно, принявъ за единое число, взять вдвойнѣ, раздѣлить и такъ поступать далѣе, доколѣ найдешъ всѣ части радикса.

85.

При не совершенныхъ квадратныхъ числахъ къ остатку приписывается на правой сторонѣ по два о, одинъ отъ другаго близко, увеличиваніемъ числа чрезъ поставленіе двухъ о, одинъ близь другаго, получаютъ десятыя части въ корнѣ чрезъ 4 о въ корнѣ получаютъ сотенныя чрезъ 6 о тысячныя части единницы, и такъ далѣе. Причина тому слѣдующая: поставить къ остатку отъ извлеченія корня на правой сторонѣ 2 о, есть то же самое, какъ бы умножилъ я число сіе чрезъ 100. Возму ли, напримѣръ, квадратное число стократъ, то радиксъ увеличится въ десятеро [80]. Захочу ли имѣть радиксъ перваго числа, то должно мнѣ взять десятую часть послѣдняго радикса, то есть, оное чрезъ 10 раздѣлить, изъ чего произойдутъ десятыя части. Припрягу ли я къ числу чего; есть то же самое, что и помножить оное чрезъ 10000, и радиксъ будетъ во сто кратъ больше: долженъ раздѣлить вышедшее въ корнѣ число чрезъ 100, выйдетъ надлежащій радиксъ, или сотенныя части, и такъ далѣе. Напримѣръ сыскать радиксъ числа 12: тотчасъ должно себѣ представить, что 12 есть не совершенное квадратное число, и что радиксъ онаго меньше 4, больше же 3, то есть 3 съ долями. Хощешъ ли узнать доли сіи, да и въ десятыхъ частяхъ цѣлаго, то приобщи къ 12 два ноля и выведи радиксъ изъ 1200, будетъ около 34.

12|00|34
9
6| 300
2
116

Но 1200 сто разъ больше числа 12, котораго надобно узнать радиксъ, то и радиксъ же 34 будетъ больше въ деся-

256 теро искомаго радикса
44 . [80]. Слѣдовательно, надобно мнѣ 34 раздѣлить на 10 и найду ближайшїй радиксъ. Однако же $\frac{34}{10} = 3\frac{4}{10}$, или, какъ употребляютъ въ десяточныхъ доляхъ 3, 4′ [76]. Изъ сего ясно, что отъ 3, 4′, первая цыфра 3, цѣлая, другая же десяточная. Вотъ основанїе, для чего припрягая къ квадратному числу по два о, у послѣдней цыфры радикса съ правой стороны ставятъ препинанїе, ибо надлежитъ оное къ десяточнымъ долямъ. Радиксъ, о которомъ теперь слово, $3\frac{4}{10}$, и еще не самый точный радиксъ отъ 12, ибо по вычисленїю остается на концѣ 44. Хочешъ ли узнать его въ самой точности, то припряги еще 2 о, чтобъ вышли части сотенныя. Такое вычисленїе можно простерть сколько угодно, однако же никакъ до послѣд-

нято конца вычисленія достигнуть не можно. Тщательно наблюдать только надобно, чтобЪ приближился ты кЪ совершенной точности радикса такЪ, чтобЪ могло служить тебѣ кЪ вычисленію. Повѣряя такую задачу, не забывай, когда радиксЪ самЪ собою помножишЪ, прилагать кЪ тому же и что останется. Вѣрно ли ты вычислялЪ, то всегда выходить будетЪ квадратное число сЪ приложенными кЪ нему нолями. НапримѣрЪ:

$$\begin{array}{r} 34 \\ \underline{34} \\ 136 \\ \underline{102} \\ 1156 \\ \underline{44} \\ 1200. \end{array}$$

44 ОстатокЪ кЪ сложенію.

КЪ заключенію ученія сего еще примѣчаю, что есть нарочно сдѣланныя шаблицы, на не малое число квадрашныхЪ и кубическихЪ чиселЪ, первая изЪ оныхЪ зовешся *Волфїанская*, находишь ее можно вЪ шаблицахЪ ТригономешрическихЪ; вЪ ней квадрашные и кубическїе числа отЪ 1 до 1000; другая Бухнерова подЪ названїемЪ *Tabulae Radicum quadrato et Cubor.* ОтЪ 1 до 1200, и еще многїя.

О СОДЕРЖАНИИ и ПРОПОРЦІЯХЪ.

86 е.

Когда два числа, или двѣ величины разсмашриваюшся шакЪ, что познаешся, сколько разЪ одна содержишся вЪ другой, что и происходишЪ отЪ раздѣленїя одной величины на другую: шакое сравненїе двухЪ количесшвЪ называешся *содержанїемЪ ГеомешрическимЪ*. Присловїе

Геометрическое приобщают иногда къ тому, дабы таковое содержанiе отличить отъ содержанiя же Арифметическаго, которое познается чрезъ вычитанiе одной величины изъ другой, то есть, когда разсуждается о разности двухъ количествъ. Знакомъ Геометрическаго содержанiя ставятъ двѣ точки одна надъ другою; Арифметическаго же одну точку, или поперечную чертку. Напримѣръ, Геометрическое содержанiе 12 къ 4 такъ пишется 12 : 4, Арифметическое же 12 — 4. Займемся теперь о содержанiяхъ Геометрическихъ, ибо оное нужнѣе для насъ: и станемъ просто называть ихъ примѣрными содержанiями. Древнiе Математики содержанiй Арифметическихъ не имѣли. Разумѣется чрезъ оное само по себѣ, что величины и числа, или на вещи, или на единницы ударяюшЪ. 12 звѣздЪ и 4 талера не могутЪ быть сравняемы, ибо вЪ 12 звѣздахЪ 4 талера не заыкаются...

87 е.

Числа взаимно сравниваемыя зовутся *членами содержанія* [*termini rationis*]. Тѣ, которыя поставляются сперва и суть произвольныя: зовутся *первыми* или *предъидущими* [*terminus antecedens*]; другія *послѣдними членами* [*consequens*]; а число показующее, сколько кратЪ одно изЪ количествЪ содержанія заключается вЪ другомЪ, именуется *знаменосателемЪ*, *показателемЪ* и *указателемЪ* [*exponens rationis*]. По сему вЪ приведенномЪ выше содержаніи 12: 4, первый членЪ есть 12, а послѣдній 4, 3 же *знаменосатель*. Не есть необходимо, чтобЪ завсегда членЪ больнаго количества дѣлить чрезъ членъ количества меньшаго: напримѣръ 12 раздѣленные 4, выходитъ знаменатель $\frac{1}{3}$.

88 е.

Какъ при содержанїяхъ примѣчать надобно, сколько разъ одна величина въ другой замыкается, какъ дѣлаемъ мы въ дѣленїи, изъ того происходитъ, что принимать намъ должно содержанїе именемъ частнаго знаменателя же истиннымъ частнымъ, та же самая есть причина, что одни знаки употребляются при содержанїяхъ и при дѣленїи. Въ содержанїяхъ большїй членъ прїемлется числомъ дѣлимымъ, меньшїй же дѣлителемъ; по тому ясно, что изъ меньшаго члена большїй выводить можно, помноживъ послѣднїй знаменателемъ; а меньшїй членъ найдется, когда большїй раздѣлится чрезъ знаменателя. ВЪ приведенномЪ примѣрѣ 12: 4, предЪидущїй членЪ 12, столько же великЪ, какЪ произведенїе изЪ послѣдняго члена 4 знаменателя. 3 и послѣднїй членЪ 4, есть частное отЪ 12, раздѣленныхЪ на три знаменателя.

89 е.

Ежели два содержанїя будутЪ равны, или подобны, то есть; естьли первые члены по равну вЪ послѣднихЪ заключаются, то такое сношенїе двухЪ содержаний составляетЪ Геометрическую пропорцїю, или соразмѣрность. И такЪ пропорцїя есть ничто другое, какЪ равенство двухЪ содержаний, напримѣрЪ, содержанїе 5: 20 сЪ содержанїемЪ же 2: 8 разсматривая найдемЪ, что 5 вЪ 20 столько же кратЪ замыкаются, какЪ 2 вЪ 8: вЪ томЪ и другомЪ предЪидущїе члены меньше, нежели последующїе. И по тому оба содержанїя равны и подобны между собою: и говорю: 5 и 20, 2 и 8, имѣютъ одну пропорцїю. Пишется же сїе тако: 5: 20 = 2: 8, и выговаривается. 5 содержится въ 20, какъ и 2 въ 8. Изъ сего слѣдуетъ, что къ пропорцїи два примѣчанїя нужны:

1 е. Должны въ обѣихъ содержанїяхъ знаменателя быть одинаковы.

2 е. Когда предъидущїй членъ въ одномъ содержанїи меньше послѣдующаго, то должно и въ содержанїи другомъ предъидущему члену послѣдующаго быть меньше и такъ же на оборотъ.

90 е.

Пропорцїи, въ коихъ вторый и третїй члены одинаковой величины, зовутся *непрерывными*, или *продолжающимися*, [*proportiones continuae*], прочія же *премѣнными пропорціями* [*proportiones discretae*], напримѣрЪ: 6 : 12 = 12 : 24, есть непрерывная, или продолжающаяся; 6 : 12 = 5 : 10, есть премѣнная пропорція. Члены пропорціи первой и третіей, такЪ же второй и четвертой, зовутся *членами одноименными*, поелику предЪидущіе члены сравниваются сЪ послѣдующими или одноименными членами. По сему вЪ послѣдней пропорціи члены 6 и 5, 12 и 10 суть одноименные члены. Члены: передній и послѣдній зовутся *крайними* [*termini extremi*], вторый же и третій средними. Приступимъ теперь ко истолкованію главнѣйшихЪ свойствЪ вЪ пропорціяхЪ, при чѣмЪ должно замѣчать, что все упоминаемое о числахЪ, значитЪ вообще величины. Но говорить буду только о числахЪ, дабы инако не отяготить мнѣ памяти юныхъ учениковъ моихъ: впрочемъ предоставляю оное прилѣжному ихъ впередъ ученію; ибо опредѣленія величинъ въ Ариѳметикѣ, Геометріи и иныхъ частяхъ Математики, большею частію основываются на томъ. Для сего то и слыветъ пропорція, по самой справедливости *душею Математики.*

91 е.

Обрати Аксіому [12] на сравненія и произойдетъ другая слѣдующая Аксіома же. Когда два содержанія равны третьему, то всѣ три взаимно равны суть.

Напримѣръ: $1:2=3:6$

$4:8=3:6$

Слѣдственно $1:2=4:8$.

92 е.

Содержаніе принимать за частное [88] и при всякой пропорціи завсегда двумъ содержаніямъ быть должно: [89]. Слѣдуетъ, что всякая пропорція замыкаетъ въ себѣ два равныя частныя числа, или двѣ дроби; ибо частное и дробь, или доля одно есть [62]; одни въ другихъ превращаяся изъ двухъ равныхъ долей, или частныхъ производятъ пропорцію. Напримѣръ: $1 : 2 = 3 : 6$ въ двѣ равныя доли $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{6}$ превращаются; и такъ же изъ двухъ равныхъ долей бываетъ пропорція.

$$\text{Ибо}\quad \frac{\frac{5}{15} = \frac{1}{3}}{5 : 15 = 1 : 3.}$$

93 с.

Возмемъ паки прежнюю пропорцію.

$$1 : 2 = 3 : 6$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} \quad [90]$$

Числителя и наименователя сихъ долей 4 ми помноживъ.

$$\frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{3 \times 4}{6 \times 4} \quad [65]$$

Слѣд. $1 \times 4 : 2 \times 4 = 3 \times 4 : 6 \times 4$ [92]
то есть $4 : 8 = 12 : 24$.

Сравнивая послѣднюю пропорцїю съ первой $1 : 2 = 3 : 6$ выходитъ, что оныя производятся умноженїемъ всѣхъ членовъ чрезъ 4. Прежде же не было нужно, чтобъ обѣ доли $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{6}$ превращать: ибо можно сїе чрезъ $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{6}$ и выходитъ.

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} \times \frac{4}{4}$$

Слѣдоват. $1 : 2 = 3 \times 4 : 6 \times 4$ [90]
то есть $1 : 2 = 12 : 24$.

Здѣсь одна пропорцїя изъ другой выводится чрезъ умноженїе членовъ содержанїя, однимъ и тѣмъ же числомъ. И такъ помножь обѣ прежнїя доли чрезъ 4, то есть помножь только ихъ числителей [70].

$$\frac{1}{2} \qquad \frac{3}{6}$$

Слѣдоват. $\frac{1}{2}\times 4 = \frac{3}{6}\times 4$ [18]

$$\frac{1\times 4}{2} = \frac{3\times 4}{6}$$ [70]

И такъ $1\times 4:2 = 3\times 4:6$ [92]

Произходитъ отъ сего, что одну пропорцїю изъ другой выводить не можно, когда только предъидущїе члены обѣихъ содержанїй помножены будутъ не одинакимъ числомъ. То же самое разумѣется и о послѣдующихъ членахъ, ибо раздѣляются токмо равныя доли чрезъ 4, что дѣлается чрезъ умноженїе наименователя оныхъ. $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ Каждая доля будетъ раздѣлена чрезъ 4,

будетъ $\frac{1}{2} : 4 = \frac{3}{6} : 4$ [20]

то есть $\frac{1}{2\times 4} = \frac{3}{6\times 4}$ [71]

Слѣдоват. $1:2\times 4 = 3:6:4$ [92]

Разсматривая всѣ сіи пропорціи вмѣстѣ откроется доказательство слѣдующаго положенія: когда всѣ члены одной пропорціи, или члены одного содержанія, или хотя единоименные члены одной пропорціи будутъ помножены одинакимъ числомъ, то помянутыя произведенія всякій разъ паки составятъ пропорцію же.

94 е.

Изъ сего положенія легко выводится другое: когда два числа помножены будутъ третіимъ числомъ, то произведенія ихъ будутъ соразмѣрны помноженнымъ числамъ. Напримѣръ, естьли помножишъ два числа 2 и 4 чрезъ 3 выйдетъ.

$$2 \times 3 : 4 \times 3 = 2 : 4$$

то есть $6 : 12 = 2 : 4$.

Ибо когда каждая величина сама себѣ равна [16], то должно, чтобъ и каждое содержанїе было равно само же себѣ. Слѣдовательно:

$$\frac{2 \times 3 : 4 \times 3 = 2 : 4}{}$$

то есть: $6 : 12 = 2 : 4.$

Когда всякая величина сама себѣ равна, то и всякое содержанїе равно же само себѣ. Слѣдовательно:

$$\frac{2 : 4 = 2 : 4.}{2 \times 3 : 4 \times 3 = 2 : 4} \quad [93]$$

95 е.

Въ каждой пропорцїи произведенїе крайнихъ, или внѣшнихъ членовъ равно произведенїю среднихъ членовъ, напримѣръ, когда

$$\underline{3 : 6 = 5 : 10}$$

то будетъ $3 \times 10 = 6 \times 5.$

Основанїе тому есть слѣдующее. Всякїй разъ можно большїй членъ въ содержанїи принимать произведенїемъ изъ меньшаго назнаменателя содержанія [88]. Знаменатель теперь приведенной пропорціи, есть 2. Слѣдовательно большій членъ 6, въ первомъ содержаніи есть 3×2, въ другомъ же содержаніи большій членъ 10 есть 5×2, то поставь въ приведенной пропорціи вмѣсто каждаго большаго члена равное ему произведеніе.

$$3 : 3 \times 2 = 5 : 5 \times 2.$$

Потомъ помножь крайніе, или внѣшніе члены; далѣе же, и средніе одни другими, выйдетъ произведеніе $3 \times 5 \times 2$ и $3 \times 2 \times 5$. Оба произведенія окажутся составившимися отъ одинакихъ множителей, слѣдовательно и равны между собою [42]. Какъ правило таковое имѣетъ силу при всякихъ пропорціяхъ, что большій членъ раздѣленный меньшимъ, даетъ знаменателя; и когда всякій разъ знаменатель во обѣихъ содержанїяхъ одинаковъ есть, то ясно, что такое положенїе есть всеобщее и на всякїя возможныя пропорцїи ударяющее.

96 е.

Въ пропорцїи непрерывной произведенїе крайнихъ, или внѣшнихъ членовъ равно квадрату средняго члена, напримѣръ.

Когда $\overline{4 : 8 = 8 : 16}$
то $4 \times 16 = 8 \times 8$ [95]
или $4 \times 16 = 8^2$ [77]

97 е.

Когда въ одной пропорцїи каждое содержанїе, или вся пропорцїя поставится обращенно, то изъ того выйдетъ еще пропорцїя.

ежели $\overline{2 : 8 = 5 : 20}$
въ превращ. выйдетъ $8 : 2 = 20 = 5.$
или $20 : 5 = 8 : 2.$

Ибо 2 четыре раза меньше 8, а 5 четыре раза меньше 20; то необходимо 8 четыре раза больше 2; слѣдовательно 8 : 2 какъ 20 : 5, составляетъ еще пропорцїю, поставлю ли въ послѣдней сей пропорцїи содержанїе съ правой на лѣвую сторону, съ лѣвой же на правую, то выйдетъ пропорцїя: 20 : 5 = 8 : 2, почему будетъ ясно, что вся пропорцїя обращенная.

98 с.

Въ каждой пропорцїи ежели первый и третїй членъ составляютъ первое содержанїе; а второй и четвертой второе, то такая пропорцїя зовется *перемѣняющее*, *alternando* или *permutando*. Напримѣръ:

когда 4 : 8 = 12 : 24

то перемѣн. будетъ: 4 : 12 = 8 : 24.

Ибо большїе члены 8 и 24 будутъ произведенїемъ обоихъ прочихъ членовъ 4 и 12 чрезъ показателя 2 [88]. Когда же два числа третіимъ помножишъ, то сравнивается чрезъ то произведеніе, какъ число помноженное [94].

Слѣдовательно: $\underline{4:12 = 4 \times 2 : 12 \times 2}$

то есть $4:12 = 8 : 24.$

99 е.

И будетъ какъ прежде $\underline{4:8 = 12:24}.$

и такъ $\frac{4}{8} = \frac{12}{24}$ [92]

Раздѣли числителя и именователя чрезъ два.

будетъ $\frac{4:2}{8:2} = \frac{12:2}{24:2}$ [66]

Слѣдовательно $\frac{2}{2} : \frac{4}{2} = \frac{12}{2} : \frac{24}{2}$ [92]

то есть: $2 : 4 = 6 : 12$

И такъ произойдетъ изъ первой пропорціи вторая, когда всѣ величины пропорціи раздѣлены будутъ числомъ одинакимъ: то есть, ежели раздѣляшся числишели и именовашели двухЪ равныхЪ долей, однимЪ числомЪ, шо часшные ихЪ будушЪ равны, напримѣрЪ.

$$\frac{4}{8} = \frac{12}{24}$$

И шакЪ [illegible] 12: [66]

$$8 : 2 = 24$$

СлѣдовашельноЪ $\frac{4}{2} : \frac{8}{2}$ 12 : 24 [92]

шо есшь $2 : 4 = 12 : 24.$

ИзЪ сего видно, что еще одна пропорцїя осшаешся, ежели шолько члены одного содержанїя, однимЪ и шѣмЪ же числомЪ будушЪ раздѣлены.

Далѣе когда $4 : 8 = 12 : 24$

шо премѣн. $4 : 12 = 8 : 24$ [98]

слѣдоваш. $\frac{4}{2} : \frac{12}{2} = 8 : 24$ по приведенному шеперь же положенїю

и опяшь пер. $\frac{4}{2} : 8 = \frac{12}{2} : 24$ [98]

шо есшь: $2 : 8 = 6 : 24.$

Можно такъ же первый и третій членъ въ пропорціи одинаковою величиною раздѣлить, и выйдетъ еще пропорція. То же разумѣется и о прочихъ: второмъ и четвертомъ членѣ, ибо:

когда: $4 : 8 := 12 : 24$

то обращающее $8 : 4 = 24 : 12$ [97]

и $\frac{8}{2} : 4 = \frac{24}{2} : 12$ по приведенному теперь положенію

слѣд. опять обращ. $4 : \frac{8}{2} = 12 : \frac{24}{2}$ [97]

Изъ сего выходитъ слѣдующее положеніе: „когда члены одной пропорціи, или члены одного же содержанія, или одноименные члены одинакимъ образомъ раздѣлены будутъ, то всякій разъ выходитъ „пропорція.„ Помощію положенія сего иногда можно содержанія въ большихъ количествахъ чиселъ, превращать въ соразмѣрныя; меньшїя, для ловкости въ вычисленїяхъ.

100 е.

Во всякой пропорцїи замыкается такъ называемое *componendo*, или сумма перваго и втораго члена, въ посылкѣ ко второму; какъ сумма же третїяго и четвертаго члена, къ члену четвертому. Напримѣръ:

когда $6 : 2 = 12 : 4$

то слагающее $6+2 : 2 = 12+4 : 4$

то есть $8 : 2 = 16 : 4$.

Причина тому легко познается: ибо когда приобщаю къ первому члену 6, вторый 2, то сумма 8 неоспоримо будетъ больше, нежели 6 одинъ разъ вторымъ членомъ 2. Слѣдовательно и знаменатель одинъ разъ будетъ больше же знаменателя данной пропорцїи. Естьли то же самое учинено будетъ и при второмъ содержанiи, что къ первому члену 12 приобщится вторый 4, то сумма 16, будетъ больше, нежели 12 одинъ разъ вторымъ членомъ 4 и знаменатель во второмъ содержанiи одинъ же разъ увеличится. Неоспоримо выходитъ отъ того пропорцiя, ибо при обѣихъ содержанiяхъ паки бываетъ знаменатель [89], одинъ разъ больше, нежели при пропорцiи первой былъ знаменатель 3, то при второй долженъ быть въ одинъ разъ больше, то есть 4.

101 е.

Далѣе: *въ каждой пропорцiи*, [говоря словами Математиковъ], разность перваго и втораго члена ко второму, какъ разность же третiяго и четвертаго къ четвертому, напримѣръ.

Когда $18 : 6 = 12 : 4$

то будетъ выч. $18-6 : 6 = 12-4 : 4.$

то есть: $12 : 6 = 8 : 4.$

Ибо естьли изъ 18 отъиму вторый членъ 6 единожды, то будетъ разность 12 въ одинъ разъ меньше вторымъ членомъ, нежели 18. Отнявъ членъ 4 отъ 12, то разность 8 опять во одинъ разъ будетъ меньше вторымъ членомъ 4 нежели 12. Такимъ образомъ уменьшаю я въ каждомъ содержанïи знаменателя единицею: слѣдовательно, выходятъ одинакïе знаменатели, а чрезъ то выходитъ пропорцïя [89].

102 е.

По обьясненïи самонужнѣйшихъ положенïй въ пропорцïяхъ, предложу здѣсь еще двѣ задачи, изъ коихъ послѣдняя весьма нужна къ свѣденïю. Первая задача есть слѣдующая:

Заданы пропорціи не прерывной, первый и послѣдній члены, надобно найти средній. Напримѣръ.

$$2 : 6 = 6 : 18$$

Слѣдоват. $2 \times 18 = 6 \times 6$ или 6^2 [96]

Когда 2×18, или 6×6, равны между собою, то однако же будетъ, ежели изъ 2×18, или 6×6 извлеку корень, будетъ.

$$\sqrt{2 \times 18} = \sqrt{6 \times 6}$$

Но корень изъ 6×6 есть 6 [77]. и слѣд.

$$\sqrt{2 \times 18} = 6.$$

Когда 6, средній членъ, а 2 и 18 крайніе, или внѣшніе; то явствуетъ, что средній членъ непрерывной пропорціи находить можно чрезъ помноженіе перваго послѣднимъ членомъ; а изъ произведенія извлекая квадратный корень, напримѣръ; первый членъ 2, послѣдній же 32, то средній членъ будетъ равенъ $\sqrt{2 \times 32}$, то есть $\sqrt{64}$, сирѣчь 8; да и въ самомъ дѣлѣ $2 : 8 = 8 : 32$.

103 е.

Вторая задача есть: къ тремъ заданнымъ числамъ найти 4 е пропорціональное.

например: $3 : 15 = 4 : 20$

то будетъ $3 \times 20 = 15 \times 4$ [95]

чрезъ три разд. $\frac{3 \times 20}{3} = \frac{15 \times 4}{3}$ [20]

однако же $\frac{3 \times 20}{3} = 20$ [23]

слѣдовательно $\frac{15 \times 4}{3} = 20$ [12]

То послѣдній членъ 20 находимъ, помноживъ прочіе два члена 15 и 4 между собою; а произведеніе 60 чрезъ первый членъ 3 раздѣливъ, изъ того выходитъ всеобщее положеніе рѣшащее задачу сію. Во одной пропорціи находимъ четвертый членъ, когда „ помножимъ оба среднїе члены одинъ „ другимъ, а произведенїе раздѣлимъ „ чрезъ первый членъ.„ Напримѣръ, 8 20 и 36 задано будетъ, дабы найти четвертый пропорцїальный членъ, поступай тако $\frac{20 \times 36}{8} = 90$. Да и въ самомъ дѣлѣ, 90 есть четвертый пропорцїальный членъ; ибо состоитъ съ прочими во отношенїи, какъ $8 : 20 = 36 : 90$ то есть 8 въ 20 содержится $2\frac{1}{2}$ раза, и 36 въ 90, такъ же $2\frac{1}{2}$ раза, замыкается.

104 е.

На сей послѣдней задачѣ основывается все правило тройное, или свойственно называемое *Regula de tribus*; ибо чрезъ 3 заданныя числа находятъ „4 е„ принаравливая оное на разныя паденїя случаевъ, относительно къ вещамъ, дѣйствительно состоящимЪ во взаимносоотвѣтствіи, какЪ оное покажется ниже сего; инако же никакЪ чрезЪ 3 заданныя числа, 4 го не извѣстнаго сыскать не можно. НапримѣрЪ, держу ли я вЪ памяти моей двѣ дуги на одинЪ часЪ, то сколько дугЪ мнѣ вЪ памяти моей содержать на 10 часовЪ. Здѣсь хотя есть 3 заданныя числа, но чрезЪ тройное правило не могу найти 4 е; ибо дуга сЪ часами не суть вещи вЪ точномЪ отношеніи взаимственномЪ состоящія. Не могу сказать, что вЪ двухЪ часахЪ, вдвоѣ столько же, сколько во одномЪ часѣ; вЪ трехЪ часахЪ втрое больше, и такЪ далѣе обмышлять будетЪ человѣкЪ что либо. Ибо чемЪ долговременнѣе разбирать мы сіе будемЪ памятію нашею, тѣмЪ болѣе ослабѣваетЪ память наша, безЪ всякой пользы. КЪ тому же вЪ вещахЪ долговременно длящихся и взаимно сцѣпляющихся въ мысляхъ, нужно не только всѣ части, но и связь оныхъ замѣчать въ точности. Ко упражненію таковому, напримѣръ, въ три краты больше требующему труда, больше нежели въ три краты и времени нужно. По сему ясно, что въ такомъ случаѣ тройное правило не имѣетъ мѣста: напротивъ, въ разсужденіи, напримѣръ, какихъ либо товаровъ и оныхъ цѣнъ; въ разсужденіи какихъ либо рукодѣлій и платежей за оныя, и такъ далѣе: находимъ мы точныя пропорціи. Напримѣръ, за два локтя сукна должно платить вдва раза болѣе, нежели за одинъ локоть; за три вь трое; за четыре въ четверо, и такъ далѣе. Платежъ и цѣна, всякій разъ, состоятъ въ сличеніи сь товарами. Надобно ли мнѣ установить цѣну 45 локтямъ сукна, изЪ коихЪ каждый стоитЪ 5 рейхсталеровЪ; то оное нахожу я такимЪ образомЪ: вЪ приведенной задачѣ, чрезЪ три заданныя числа, открывается мнѣ 4 е пропорціальное. Выведу заключеніе; что такое есть 1 локоть вЪ 45 локтяхЪ, и по тому узнаю, сирѣчь, когда одинЪ локоть стоитЪ мнѣ пяти рейхсталеровЪ, что будетЪ мнѣ стоить 45 локтей? Именно же, 45 локтей = 5 рейхстал.

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 225 \end{array}$$ рейхсталеровЪ.

Цѣна 45 локтей нашлася такимЪ образомЪ 225 рейхсталеровЪ. Когда я по [103], 45 локтей, 5 рейхсталерами помножу, и продуктЪ раздѣлю на 1 локоть. Но какЪ дѣлить и множить на одинЪ не можно, то и пріемлется продуктЪ какЪ бы за раздѣленное число. Во АрифметическихЪ книгахЪ такЪ оное обычайно пишется;

1 локоть стоитъ 5 рейхсталеровъ что стоятъ 45 локтей?

Здѣсь въ каждомъ сравненіи локтей съ талерами [86], по единообразности чиселъ сличаются; а какъ послѣдняя пропорція тогда только выходитъ изъ первой, когда одноименные члены ставятся одни подлѣ другихъ [98], то и въ вычисленіи не можетъ быть ни какой ошибки. Въ прочемъ, все въ тройномъ правилѣ отъ того зависитъ, чтобъ числа среднія одно другимъ множить, и продуктъ, по томъ, первымъ дѣлить. Пространнѣе о семъ писать не позволяетъ краткость сочиненія моего. Главная польза тройнаго правила есть, такъ называемая *Италіанская Практика*, то есть названныя числа множить и дѣлить по [99] параграфу. Не безполезно и то, когда первый и вторый членъ, или первый и третій, чрезъ одинакое число раздѣлено будетъ, и выйдетъ число меньшее, слѣдовательно удобнѣйшее къ счисленїю. Напримѣръ 36 центнеровъ стоятъ 548 рейхсталеровъ, 16 грошей, 4 фенинга; сколько же будутъ стоить 288 центнеровъ? тотчасъ увидѣть можно, что 36 и 288 центнеровъ могутъ быть раздѣлены числами разными. Раздѣли оба числа прежде чрезъ 9, а по томъ чрезъ 4 такъ:

36 цен. 288 цен. = 548 рейхс. 16 грош.
9) 4 32 4 фен. къ неизвѣстной цѣнѣ
4) 1 : 8 4389 рейхс. 10 грош.
8 фенинговъ (8

Такимъ образомъ выйдетъ на первомъ мѣстѣ 1, на третьемъ 8. Надлежало бы помножить 8 чрезъ 1, то однако же выйдетъ то же, инако же принужденно бы было сложное число 548 рейхсталеровъ, 16 грошей, 4 фенинга помножить чрезъ 288, и произведенїе раздѣлить на 36. Но сїе большаго требуетъ времени. Хочешъ ли здѣлать повѣрку, то обрати вопросъ, и напримѣръ, ищи чрезъ цѣну 288 центнеровъ, 4389 рейхсталеровъ, 10 грошей, 8 фенинговъ, и цѣну 36 центнеровъ. Правильно ли вычислилъ, то выйдетъ заданные 548 рейхсталеровъ, 16 грошей, 4 фенинга.

105 е.

Превращенїе одного рода монетъ въ другїй родъ, такъ же дѣлается легко тройнымъ правиломъ, только бы извѣстно было взаимносоотвѣтствїе оныхъ. Напримѣръ 25486 гульденовъ такъ превращаются въ талеры. Извѣстно, что 2 талера равны тремъ гульденамъ: то заключаю: какъ три гульдена къ двумъ талерамъ, сколько же 25486 гульденовъ дадутъ талеровъ?.....

гульд. талер. гульд.
3 : 2 = 25486; къ искомому числу
2 талеровъ
3|50972| 16990 рейхсталеровъ, 16 грошей то есть 25486 гульденовъ дадутъ 16990 рейхсталеровъ и 16 грошей.

106 е.

Многія вещи въ томъ же самомъ содержаніи уменьшаются, въ которомъ умножаются другіе, и говорится о таковыхъ: что находятъ они себя въ премѣняющемся содержаніи. Ариѳметически слыветъ сіе обратнымъ тройнымъ правиломъ, нужно только знать пропорцію. На примѣръ, такое то рукодѣліе можетъ окончено быть чрезъ 50 человѣкъ въ 4 мѣсяца, сколько потребно времени сотнѣ работниковъ, ко окончанію рукодѣлія сего? ясно, что чемъ болѣе работниковъ, тѣмъ меньше потребно времени; что сопряжены суть, или, говоря Математически, число работныхъ людей и время, ибо состоятъ въ непревратномъ сличенiи. Напримѣръ.

	50 работ.	100 работ.	= 4 мѣсяца
50)	1	2	2
			8 мѣсяцовъ.

Выходитъ 8 мѣсяцовъ, и сiе было бы смѣшно, чтобъ 100 человѣкъ трудилися 8 мѣсяцовъ надъ тѣмъ, что 50 человѣкъ въ 4 мѣсяца здѣлать могутъ. Въ семъ случаѣ должно сказать на оборотъ первое содержанiе:

	100 челов.	50 челов.	= 4 мѣсяца
50)	2	1	2) 2 мѣсяца

Выходитъ 2 мѣсяца, слѣдовательно половина времени.

107 е.

Иногда задаются 5 чиселъ, къ которому 6 сыскать должно. Нѣкоторые

Математики вымыслили на то особое правило и назвали *Regula de quinque* т. е. пятерное правило; или *Regula composita* т. е. сложное правило; но можно вовсе обойтися безъ онаго, когда изъ одного примѣра сдѣлаемъ два примѣра по обычайному тройному правилу. Напримѣръ нѣкоторый человѣкъ платитъ на 250 рейхсталеровъ въ годъ по 15 рейхсталеровъ роста, сколько надобно платить ему роста на 3625 рейхсталеровъ въ 12 лѣтъ? Ищи прежде сколько на 3625 рейхсталеровъ должно платить роста во одинъ годъ; когда на 250 рейхсталеровъ въ годъ надобно 15 рейхсталеровъ; легко узнать, что росты, когда времена равны, равно же состоятъ въ содержаніи съ капиталами оныхъ какъ то:

250 рейхс. 3626 рейхс. = 15 талер.

5) 50 : 5) 725 5) 3 роста
5) 10 : 5) 145 на 3625
—— 3) рейхс.
5) 2 : 435
2) 217 рейхстал. 12 грош.

И тако роста на 3625 рейхсталеровъ будетъ въ годъ 217 рейхсталеровъ 12 грошей. Но мнѣ надобно вычислить, сколько будетъ роста чрезъ 15 лѣтъ? Пятнатцатилѣтній ростъ со одного капитала, въ пятнатцать разъ больше нежели годовой ростъ съ того же самаго капитала. Каждому ясно, что когда капиталы равны, то и времена въ такомъ же сличеніи состоятъ, и такъ вычисляй.

1 год: 15 лѣтъ = 217 рейхс. 12 грош.
15 = 3 × 5 652 —— 12 (3
3262 рейхс. 12 грош. (5

Слѣдовательно, роста съ капитала

въ 3625 рейхсталерахъ, чрезъ 15 лѣтъ, 3262 рейхсталера, 12 грошей.

108 е.

Во многихъ случаяхъ правило тройное потребно есть, напримѣръ. Во общественныхъ какихъ либо расчетахъ, въ которыхъ есть столько же разчетовъ частныхъ, сколько во обществѣ семъ лицъ, до коихъ равно надлежатъ и прибытки и убытки общественнаго какого либо дѣла. Напримѣръ, 3 купца положили во общину деньги обще же торговать ими. 1 положилъ 1200 рейхсталеровъ, 2 2400, 3 4800. На сїю сумму приторговали 6500 рейхсталеровъ. Вопрошается, сколько каждый изъ нихъ приторговалъ порознь? Не справедливо бы было получить положившему меньше, равный прибытокъ съ тѣмъ, кто положилъ больше:

Сложи всѣ три положенныя суммы и говори: какъ сумма всѣхъ складокъ, къ складкѣ каждой особенно, такъ же точно и валовый прибытокъ ко участку прибытка каждаго складчика. Найдешъ пропорцїю каждой складки; сложи всѣ три пропорцїи; смотри, что произшедшая отъ того сумма равна ли валовому прибытку: естьли окажется равна, то вычисленїе твое вѣрно. Напримѣръ.

одинъ положилъ	1200 рейхсталеровъ
другой	2400
третїй	4800

8400 сумма или валовое число всѣхъ складокъ.

8400 рей. 1200 рей. = 6500 рейхстал.

6) 14 6) 200 200 Участокъ

13000 перваго

14 = 2 × 7 2) 6500 складчика

7) 928 рейхстал.

13 грошей 8$\frac{4}{7}$ фенинга.

8400 : 2400 рейхс. = 6500 рейхстал.
4) 21 4) 600 600 УчастокЪ
39000 втораго
21 = 3 × 7 3) 13000 складчика
7) 1857 рейхстал.
3 гроша $5\frac{1}{7}$ фенинга.

8400 рей. 4800 рей. = 6500 рейхстал.
4) 21 4) 1200 400 УчастокЪ
3) 7 3) 400 26000 третіяго складчика
7) 3714 рейхстал.
6 грошей $10\frac{2}{7}$ фениговЪ.

ПОВѢРКА.

928 рейхс. 13 грош. $8\frac{4}{7}$ фен. прибыль на участокЪ перваго складчика.

1857 : 3 $5\frac{1}{7}$ прибыль на участокЪ втораго складчика.

3714 : 6 : $10\frac{2}{7}$ прибыль на участокЪ третіяго складчика.

6500 рейхсталер. 0 гроши, 0 фенинги. Валовое число всей прибыли.

109 е.

Есть и еще иные случаи, вЪ коихЪ такЪ же поступать надлежитЪ, что и легко тому, кто вЪ памяти затвердилЪ толкованіе доселѣ. А дабы не распространиться чрезмѣрно, болѣе толковать не стану: каждый юный ученикЪ, чрезЪ приведенное мною выше сего, найдетЪ себя вЪ состояніи вычислять все необходимо нужное: по малой мѣрѣ, явится способнѣйшимЪ понимать полныя преподаванія Арифметическія и научаться вЪ нихЪ. И тако приступаю кЪ другой Математической части, которая не меньше полезна Арифметики, а при томЪ и пріятнѣйшаго упражненія.

ГЕОМЕТРIА.

1 е.

Геометрїа есть наука, показующая непремѣнныя величины, то есть, простертїя; и научаетъ, какъ измѣрять оныя. Слѣдовательно, преподаетъ о чертахъ, плоскостяхъ и тѣлахъ, которыя суть три рода протяженныхъ величинъ. И по тому, отъ нѣкоторыхъ Геометрїа раздѣляема есть на три части: *Лонгиметрїа*, *Планиметрїа* и *Стереометрїа*. Однако же обыкновенно, обѣ первыя части единою прiемлются, слѣдовательно, вся Геометрїа имѣетъ двѣ главныя части.

2 е.

Наука сїя возникла, безъ прекословїя, во Египтѣ. Египтяне ко изобрѣтенїю ее, нѣкїимъ образомъ, принуждены были; ибо нашли необходимостїю поправлять неустройства, причиняемыя на земляхъ ихъ разлитїемъ рѣки Нила, заглаждающими, такъ сказать, и дѣлающими неопознаваемыми, даже и самыя рубежи участковъ владѣльческихъ. Съ начала состояла тамъ Геометрїа во измѣренїи полей, дабы каждый житель, имѣлъ столько земли собственностїю, сколько ему принадлежало по праву его, и для того назвали науку сїю Геометрїею, или землемѣрїемъ. Послѣ, чрезъ глубокомысленнѣйшїя изслѣдованїя, и помощїю Механическихъ пособiй, достигла она, неприметно, до вышшей предъ тѣмъ степени, и нынѣ уже удостоевается помѣщенїя между самыми превосходными изобрѣтенїями разума человѣческаго.

Польза ея неподвержена сомнѣнію, окромѣ развѣ незнающихъ первыхъ основаній главнѣйшихъ частей учености. Безъ Геометріи не понимали бы мы законы движенія и разные роды употребленія нашего зрака; измѣренія свѣтилъ небесныхъ, ихъ разстояніе отъ насъ; измѣренія же земной поверхности и самаго времятеченія чрезъ ея токмо помощь произходитъ. Наука о естествѣ или природѣ всяческихъ, была бы нелѣпое токмо пустословіе, безъ содѣйствія Геометріи. Инженеры, Архитекты, правила свои отъ ней заимствуютъ; Музикѣ и рисованію необходимо нужна, ко усовершенствованію ихъ. Вообще, есть наука, безъ которой не многіе человѣки обойтися могутъ, а всѣмъ безъ изключенія надобна и полезна. Говорю всѣмъ безъ изключенія, ибо нѣтъ человѣка, который бы утверждалъ, что изостренный разумъ, каковымъ учиняется оный Геометріею, не надобенъ ни на что. И такъ приступаю преподавать Геометрію, дабы юныхъ моихъ учениковъ спознакомить съ нѣкоторою частію изящныя сей науки; дабы обьясняемыя мною имъ правила и задачи, достаточно могли доказывать. Начну прежде истолкованіями и *Аксіомами*, или *коренными основаніями*, приуготовляя ихъ чрезъ то къ дальнѣйшему изученію Геометріи.

ОБЬЯСНЕНІЯ.

4 е.

Подъ словомъ *тѣло Геометрическое*, разумѣется непремѣнная и въ предѣлахъ замыкающаяся величина, отъ средоточія своего во всѣ стороны протягающаяся. Сіе знаменованіе слова *тѣло*, не должно сливать съ знаменованіемъ же подобнымъ въ Физикѣ и во обычайной жизни человѣческой. *Тѣло* Геометрическое, состоитъ токмо во одинакомъ свойствѣ дѣйствительныхъ тѣлъ, сирѣчь въ разпространеніи, или въ разширеніи своемъ, коимъ занимаетъ собою мѣсто: что ради краткости не зовется *разпространеніемъ тѣлеснымъ* а только просто *тѣломъ*, что то же самое и значить долженствуетъ. Инако, тѣло Геометрическое именую тѣла *величиною*, имѣющею разширеніе свое или протяженіе въ длину, ширину и толщину. Края, или рубежи тѣла Геометрическаго замыкаютъ въ себѣ площадь, закраины площади зовутся *чертами*, рубежи чертъ *точками*.

5 е.

Рубежи вещи суть предѣлы, гдѣ протяженіе вещи окончевается, или оныя закраины. Площади и рубежи состоятъ въ протяженіи въ длину и ширину. Присвояя тѣлу такъ же толстоту, будетъ и оная тѣло же, а не толстота тѣла, слѣдовательно и не есть площадь. Какъ черты суть рубежи плоскости, или площади, то имъ свойственно токмо одно протяженіе: присвоили ли бы мы онымъ и ширину, то превратилися бы въ плоскости узкія и престали бы быть рубежами плоскостей, слѣдовательно чертами. Точки есть рубежи чертъ, слѣдовательно не могутъ имѣть ни протяженія, ниже величины; инако же учинилися бы частьми чертъ, слѣдовательно малыми чертами, а не рубежами оныхъ.

6 е.

Пріемля въ разсужденіе [4] разность между тѣлъ Геометрическаго и Физическаго, легко поймемъ, что не все то доказано быть можетъ надъ послѣдними, что доказывается надъ первыми. Напримѣръ: о тѣлѣ Геометрическомъ можно сказать по справедливости, что удободѣлимо есть, до безконечности, ибо раздѣленіе таковое совершается мысленно; а только возможнымъ частямъ опредѣляемъ мы мѣсто: что нейдетъ къ тѣлу Физическому; ибо части онаго никогда не бываютъ безконечны.

7 е.

Дерево, клей, или иное какое либо вещество, можемъ воображати въ мыслахъ, какъ тѣло Математическое, но отнюдь не должны дѣйствительно принимать истинными Математическими тѣлесами. Сїе легко, естьли только вспомнимъ, что вещи сїи занимаютъ мѣсто. Подобно же представляемъ мы себѣ въ мысляхъ же плоскости, черты, точки; но такъ же да не забываемъ, что то суть изображенїе токмо, а не вещи въ самомъ существѣ. Проведемъ ли самую наитончайшую черту, будетъ конечно черта не Математическая, но самая узкая плоскость, или точнѣе тѣло не примѣтныя толстоты. То же разумѣть надлежитъ и о точкахъ, сколько бы ни были велики, что онѣ не Математическїя точки, а самыя мѣлкїя слѣды или тѣла, или карандаша, и тому подобнаго, чрезъ кои Математическїя точки изображаются токмо.

8 е.

Многїе почитаютъ понятїе таковое не нужнымъ, и такъ сказать *перехитреніемъ* Математиковъ, безъ чего будто обойтися можно. Мнѣніе подобное произходитъ, по большей части, отъ скоропостижности въ надлежащемъ обмышленіи вещей, или почерпается оное въ презрѣнія достойныхъ книгахъ. Сверхъ того, легко само по себѣ явствуетъ, что упоминаемое здѣсь понятіе Математиковъ, на твердомъ и полномъ почіетъ основаніи. Ибо когда измѣряемъ величину тѣла физически, то не требуется тогда знать, изъ какого вещества состоитъ тѣло сіе, и изъ колика числа частей; а только то одно, сколько занимаетъ тѣло сіе мѣста; болѣе же ничего не надобно къ истолкованію тѣла Математическаго. Измѣряемъ ли же поле, или какую либо площадь, то ищемъ узнать расширеніе въ длину и ширину, не толстоту однакоже, слѣдовательно, одну токмо плоскую поверхность поля или площади. Вопрошается ли о разстояніи одного мѣста отъ другаго, то бываетъ желательно къ свѣденію протяженія токмо отъ одного до другаго; а не ширина. Слѣдовательно, выходитъ только черта. По сему толкуемое здѣсь понятіе не безъ основанія есть. Всякій упоръ, по большей части, означаетъ точку, ибо всякій упоръ изображается въ мысляхъ нашихъ не имѣющихъ никакой величины. Но и оное, по обьясненію преподаемому здѣсь, во иное премѣняется. Раздѣли черту на нѣсколько частей, при концахъ каждой части выйдутъ точки; станешъ ли каждой точкѣ присвоивать величину: то вся черта, при каждомъ раздѣленіи таковомъ, нѣчто потеряетъ отъ своего протяженія, и всѣ ея части, потомъ, совокупно, не будутъ равны цѣлости своей; а сіе при многихъ доказательствахъ произведетъ великія погрѣшности, или ошибку.

9 е.

О чертахъ, площадяхъ и тѣлахъ, дѣлаютъ нѣкоторые, такъ называемое *Генетическое* толкованіе. Черта составляется, когда одну точку передвигаемъ съ мѣста на другое; плоскость, когда одну черту ея, не прямо по собственному ея протяженію, продолжаемъ; плоскость, не прямо по собственному ея разширенію разпространяемая составляетъ тѣло.

10 е.

Когда точка безпремѣнно двигается во одну сторону, выходитъ прямая черта А. [фиг. 1. таб. 1.] Премѣнимъ ли же черту въ движеніи ея, выходитЪ кривая линія A C B. [фиг. 2.] Иногда связуются черты, кривая сЪ прямою, и тогда бываетЪ черта смѣшенная напримѣрЪ B C D G. [фиг. 3.]

11 е.

Черты мѣряются рутами, футами и дюймами. *Рута* есть протяженіе произвольное, повсемѣстно принятое, равной величины и содержитЪ вЪ себѣ отЪ 5 до 6 локтей. *ФутЪ* есть десятая часть руты; *дюймЪ* десятая часть фута; *черта* десятая часть дюйма. Такое десятичастное размѣреніе зовется *ГеометрическимЪ*. По, такЪ называемому, *Реинландскому*, или *двѣнатцатикратному* измѣренію, рута состоитЪ вЪ 12 футахЪ, футЪ вЪ 12 дюймахЪ, дюймЪ вЪ 12 черткахЪ, черта вЪ 12 скрупеляхЪ. ВЪ нѣкоторыхЪ странахЪ свѣта есть инаго рода раздѣленія употребительны. Рута имѣетъ знакомъ°, футъ', дюймъ'', чертка''', скрупель^{IV}. Напримѣръ 25 рутовъ, 8 футовъ, 7 дюймовъ, девять чертокъ, 4 скрупеля пишутся такъ: 25°, 8', 7'', 9''', 4^{IV}.

12 с.

Когда двѣ черты, на какой либо площади находящіяся, вездѣ равно одни отъ другой отстоятъ, зовутся *паралельными*, или *равноотстоящими*. A B, C D [фиг. 4. таб. 1.].

13 с.

Тянутся ли двѣ черты на площади не вездѣ въ равномъ разстояніи одна отъ другой, напримѣръ, G H, D F [фиг. 5.] называютъ ихъ *Конвергентными*, то есть гдѣ оны сближаются одна съ другою, *Дивергентными*, когда подобно же отдѣляются взаимно.

14 е.

Уголъ [*Angulus*] есть нагибъ двухъ чертъ, изъ которыхъ одна другой касается или пресѣкаетъ. [фиг. 6.] Точка А, гдѣ черты взаимно касаются, слыветъ *острымъ краемъ*, или *темемъ угла* [*Vertex Anguli*]; черты же сами по себѣ *боками* или *бедрами* [*latera crura*]; такіе боки прямыя ли суть черты какъ въ фигурѣ 6, зовется *прямымъ угломъ* [*Angulus rectilineus*]; кривы ли черты, [фиг. 7.] *криволинейнымъ* [*Curvilineus*]; одна ли черта прямая, а другая кривая, [фиг. 8.] *смѣшеннымъ угломъ* [*Angulus mixtus*].

15 е.

Углы изображаются такъ: когда одинъ токмо уголъ находится надъ нѣкоторою извѣстною точкою, то названіе онаго означается при остротѣ угла сего, буквою. Напримѣрѣ А, значитъ уголъ въ фигурѣ 6, В уголъ криволинейный, [фиг. 7.] и такъ далѣе. Многіе ли углы упираются во одну точку, то, дабы нѣ замѣшаться; ставятъ у каждаго, или мѣлкую букву, или у всѣхъ три буквы на остріяхъ и на концахъ боковъ чертъ; однако же такъ, чтобъ всегда стояла буква на остріѣ по срединѣ. Напримѣръ въ фигурѣ 6, верхній уголъ означается или буквою О, или тремя буквами A F G, нижніи же уголъ буквою U или G F H.

16 е.

Уголъ зовется меньше другаго угла, ежели бока не такъ далеко, какъ у другаго, взаимно отстоятъ. Величина угла зависитъ отъ величины отдаленія боковъ, какъ въ фигурѣ 10. Уголъ L больше угла M.

17 е.

Оба угла x и y [фиг. 11.], находящіеся на одной прямой чертѣ, и единое общее имѣя остріе, называются *соуглы* [*Anguli deinceps positi.*]

18 е.

Естьли двѣ черты, напримѣръ, A B, C D [фиг. 12.] третіею F G пресѣкаются, то обѣ внутреннія черты, разумными положеніями изображающія уголъ O и U, далѣе же x составляютъ *уголъ взаимственный* [*Anguli alterni*].

19 е.

Разрѣзываютъ ли одна другую двѣ черты D H и B G [фиг. 13.] то напротивъ лежащій уголъ, какъ напримѣръ A и a, E и e, будетъ вертикальный уголъ.

20 е.

Протягается ли одна черта A D [фиг. 14. таб. 1.] надъ другою B C такъ, что *соуглы* O и U равныя величины между собою; то выходитъ A D перпендикуляръ, или прямая черта по отвѣсу, отъ черты A D надъ чертою B C, [*linea parpendicularis normalis*], и оба равныя угла O и U будутъ углы прямые [*Anguli recti*]. Иногда означаются оные буквою R, тогда называемъ, напримѣръ, O = R, или что то же самое, O есть уголъ прямый.

21 е.

Уголъ, который больше прямаго, какъ A [фиг. 15.] называется *тупымъ*, [*Angulus obtusus*]; меньше же прямаго какъ S, [фиг. 16. таб. 2.], то *острымъ* [*Angulus acutus*]: оба же общимъ именемъ зовутся *косыми* или *косвенными углами* [*Anguli obliqvi*].

22 е.

Равная плоскость, или инако *равнина* [*planum superficies plana*] есть такая площадь, на которой повсюду можно проводить прямую черту такъ, что всѣ точки, сію черту составляющія, будутъ помѣщаться на той же самой площади; инако же площадь будетъ *кривая* или *неравная* или *негладкая*.

23 е.

Площадь въ чертахъ замыкающаяся, или чертами обведенная, зовется *фигурою*; черты же, изъ коихъ фигура сія состоитъ, Е а *бокамя* [*latera*]. Будутъ ли то черты прямыя, то образуется *фигура прямолинейная* [*Figura rectilinea*]. Будутъ ли же то черты кривыя, то по тому же и фигура зовется *криволинейная*.

24 е.

Какъ прямолинейная фигура столько же имѣетъ угловъ, сколько боковъ; то на многихъ языкахъ слывутъ такія фигуры по числу угловъ своихъ; на другихъ же по числу боковъ. Имѣетъ ли фигура всѣ бока равныя, и равные же углы: зовется *регулярною*, напротивъ же *нерегулярною*.

25 е.

Фигуру изъ трехъ боковъ состоящую именуемъ *треугольникъ*. Означается оный тремя буквами по концамъ своимъ, и еще, во отличеніе отъ угловъ, малымъ треугольникомъ. Напримѣръ, треугольникъ [фиг. 17. таб. 2.] такъ означается △ A B C, относительно къ бокамъ, такъ и ко угламъ, суть три рода треугольниковъ. Тотъ, въ которомъ всѣ бока равны одинъ другому, какъ A C B [фиг. 17.], зовется *равностороннимъ* [*triangulum aequilaterum*]; въ которомъ два только бока равны; напримѣръ, D F и F G [фиг. 18.] то и зовется *изосцелесомъ* [*aequicrurum, isosceles*]; всѣ ли же три бока, ни одинъ другому не равенъ, какъ △ N M P [фиг. 19.], то *неравностороннимъ* [*Scalenum*]. Естьли въ треугольникѣ одинъ прямый уголъ какъ △ H D L, [фиг. 20.] то *тупоугольнымъ* [*triangulum obtusangulum*]; всѣ ли углы остры, то *остроугольнымъ* [*triangulum acutiangulum*] какъ A N D [фиг. 22.].

26 е.

Бокъ H L, [фиг. 20. таб. 2.] стоящій прямо напротивъ прямаго угла въ прямоугольномъ же треугольникѣ D H L, называется *гипотенузою*, прочія же оба бока замыкающія въ себѣ прямый уголъ, *катети*.

27 с.

Роды четвероугольныхъ фигуръ, есть слѣдующїе: квадратъ, какъ ACBD, [фиг. 27. таб. 2.] имѣетъ всѣ стороны равныя, и всѣ углы въ немъ равные же и прямые; въ продолговатомъ четвероугольникѣ хотя всѣ углы равны же, [фиг. 24.] но не всѣ равны стороны; а только противолежащїя одна другой. *Ромбусъ* или *рула* [фиг. 25.] имѣетъ всѣ стороны равныя и косые углы, изъ которыхъ противолежащїя между собою величины равной. Естьли же противолежащїя только бока, или углы, равны между собою, то зовется фигура таковая *Ромбоидомъ* [*Romboides*], какъ ADHM [фиг. 26.]. Прочїя четвероугольныя фигуры, въ которыхъ и бока, и углы, не равны противолежащимъ себѣ, слывутъ *трапецїями*. Напримѣръ BQRS [фиг. 27.].

28 е.

Фигуры четвероугольныя, которыхъ одинъ другому противолежащія бока, вездѣ равно между собою протягаются, называемъ мы *параллелограммами*.

29 е.

Прочія фигуры Геометрическія, болѣе нежели изъ четырехъ боковъ составляющія имѣютъ, по большей части, одно общее имя *многоугольниковъ*, или *полигоновъ*.

30 е.

Когда одна черта, на примѣръ, C D [фиг. 28.] на одной же равной площади, около единыя же неподвижныя точки C, обращается: то отъ сего происходитъ циркель, или кругъ. Точка C зовется тогда *центромъ*, или *средоточіемъ*; а кривая черта D N A G B D, производимая движенїемъ черты CD, сама по себѣ, или всякая черта отъ средоточія *периферіи* проведенная, называется *радїусъ*, или *полумѣритель* [*Semi-diameter*]. Черта D A, проведенная отъ одной точки периферіи D, къ другой ея же точки A, слыветъ *Хордою*. Протянута ли черта чрезъ средоточіе, какъ B A, то получаетъ имя *Діаметера*, или *сумѣрителя полнаго*, и бываетъ равна двумъ радїусамъ, или полумѣрителямъ. Часть *периферіи*, на примѣръ, B D, или D N A зовется *дугою*, [*Arcus*]. Площадь D N A C, обдержимая обоими полумѣрителями C D и C A, и дуга D N A, слыветъ *нарѣзкою*, или *секторомъ*. Площадь D N A D, имѣющая рубежами своими дугу D N A, и хордою D A, есть нарѣзка или *Сегментъ*. Прикоснися чертѣ, какъ F G, периферіи циркеля, такимъ образомъ, что не пресѣчеши ее, хотя и продолжая черту сію, то оное именуется *тангентомъ*, или *касающегося чертою*.

31 е.

Периферію всякаго циркеля, великъ ли онъ, малъ ли, обычайно дѣлятъ на 360 частей, ибо есть число такое, которое можетъ дѣлимо быть многими иными числами же; слѣдовательно, и весьма удобное во всякихъ вычетахъ, каждая такая 360 я часть, периферіи, слыветъ *степенью*, или *градусомъ*; который такъ же раздѣляется на 60 частей, или минутъ. 60 я часть степени, или градуса, раздѣленная на 60 же, даетъ вторыя минуты, или секунды; а сія еще на 60 разъ раздѣленная минуты третіи или терціи. Степени означаются такъ же какъ руты; минуты какъ футы; секунды какъ дюймы;

терціи какЪ чертки. НапримѣрЪ 15 степеней, 45 минутЪ, 8 секундЪ, 3 терціи 15°, 45', 8'', 3'''.

32 е.

Здѣсь кЪ примѣчанію, что дуги циркеля пріемлются мѣрами угловЪ. ОтЪ остраго угла, напримѣрЪ, D, [фиг. 30. таб. 2.] какимЪ хочешЪ семидіаметромЪ, или полумѣрителемЪ, начертить дуги B C, внутри какого либо угла. Сколько частей, или градусовЪ на дугѣ B C, столько же полагаемЪ градусовЪ, или частей, вЪ углѣ D. НапримѣрЪ, дуга B C, положимЪ есть восьмая часть периферіи, или, что самое то же, содержитЪ вЪ себѣ 45 степеней; то столько же имѣетЪ вЪ себѣ и уголЪ D степеней. Нарочно для того дѣлаются полукружія и цѣлые круги изЪ мѣди, и иныхЪ веществЪ, для разсѣченія периферіи въ ея частяхъ, дабы чрезъ то же самое измѣрить величину угловъ. Орудіе такое зовется *угломѣръ*, на бумагѣ же употребляемый *транспортеръ*.

33 е.

Фигура именуется начерченною въ кругѣ или циркелѣ, когда всѣ бока угловъ ея [фиг. 29. таб. 2.] замыкаются внутри циркеля; о циркелѣ же или кругѣ говорится тогда, что онъ *описуетъ фигуру*; касаются ли бока сеи фигуры периферіи круга, какъ въ фигурѣ 31, то фигура сія зовется *около круга*, а кругъ, въ фигурѣ начерченной.

34 е.

Положится ли одна фигура на другую такъ, что всѣ ея закраины, на закраины другой упадаютъ, то говорится тогда *фигура фигуру покрываетъ* [*congruunt*].

35 е.

Равны ли углы фигуры, угламъ фигуры другой, и во одинакомъ взаимно находятся положеніи, сверхъ того имѣютъ стороны обѣихъ и углы равную величину, то зовутся фигуры *подобными*. Знакъ сходства таковаго есть ∽. Равна ли такимъ образомъ фигура A фигурѣ B, то означается сіе такъ: A ∽ B.

ТРЕБОВАНІЯ или *ПОСТУЛАТЫ*.

36 е.

„ Отъ одной точки къ другой про-
„ вести прямую черту.„

37 е.

„ Каждую черту продолжить и
„ сократить до безконечности.

,, Изъ каждой точки, и всякою
,, прямою чертою, провести циркель
,, или кругъ.,,

КОРЕННЫЯ ОСНОВАНІЯ
или
АКСІОМЫ.

39 е.

,, Между двухъ точекъ, одну толь-
,, ко прямую черту провести воз-
,, можно и будетъ самая наикратчай-
,, шая изъ всѣхъ другихъ между сими
,, двумя точками.,, Слѣдовательно,
двумя точками опредѣляется полное
протяженіе черты прямой.

40 е.

,, Двѣ прямыя черты могутъ толь-
,, ко во одной точкѣ прикасаться и
,, пресѣкаться взаимно.,, И для того,
двѣ прямыя черты не занимаютъ

никакого мѣста; слѣдовательно, и никакой же фигуры не изображаютъ [23].

41 е.

„Всѣ радїусы одного циркеля, „одинъ другому равны.„ Ибо каждый радїусъ прїемлется чертою, сосшавившеюся чрезъ ея протяженїя и средоточїе циркеля; а какъ дїаметеръ вдвое больше радїуса, то и всѣ дїаметеры въ кругѣ, должны быть равны же между собою [30].

42 е.

„Черты, углы и фигуры, одни „другихъ покрывающїя, между собою „равны.„ [34] Положенїе сїе зовется [*Principium congruentiae*].

43 е.

„Черты и углы равные между со„бою, должны взаимно покрываться „одни другими.„

44 е.

„Фигуры равныя между собою и „подобныя, одна другую покры- „ваетъ.„

ПРИМѢЧАНIЕ.

Понятiе о сходствѣ фигуръ необходимо нужно, естьли положенiе вообще истинно есть. Ибо фигура, напримѣръ, треугольникъ, столько же занимаетъ мѣста, какъ и фигура другая, напримѣръ, четвероугольникъ, во обѣихъ случаяхъ, хотя бы были равны между собою, однако же одна другую покрывать не можетъ, ибо части сей и оной, имѣютъ инакое положенiе между собою.

45 е.

„Всѣ прямые углы одинъ другому „равны;„ ибо покрываютъ другъ друга [20]; и по тому каждый уголЪ, равный углу прямому, есть уголЪ прямый же.

46 е.

,, Углы одной и той же мѣры, суть ,, взаимственно равны, углы равные ,, должны быть одинакой мѣры.,, По сему, егда я отЪ острыхЪ концевЪ двухЪ угловЪ равныхЪ A и B, [фиг. 32. таб. 3.], одинакимЪ полудіаметеромЪ опишу двѣ дуги, D C, G H, то обѣ сіи дуги должны быть равны между собою: двѣ дуги, отЪ острыхЪ концевЪ двухЪ угловЪ внутри оныхЪ проведенныя полудіаметромЪ, между собою равны же; слѣдовательно и углы равныя же суть величины.

47 е.

ПРАВИЛО.

,, ДіаметерЪ раздѣляетЪ перифе- ,, рію, а циркуль, на двѣ равныя ,, части.,,

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Представимъ себѣ, что изъ средоточія C, [фиг. 33. таб. 3.] проведенъ *перпендикуляръ*, или черта по отвѣсу B C, чрезъ діаметеръ; другая такая же черта C D, ниже діаметра; то будутъ углы o и u, далѣе же x и y, прямые углы [20], слѣдовательно, всѣ между собою равныя [44]. Дуги A B, B G, D G A D, суть мѣры угловъ o, u, y, x [32], такъ же всѣ величины равныя [46], и каждая дуга составляти будетъ четвертую часть всей периферіи: понеже двѣ такія дуги находятся надъ діаметромъ и подъ діаметромъ; а по сему ясно, что діаметеръ дѣлитъ периферію на двѣ равныя части.

Теперь еще представимъ себѣ, что верхняя часть циркеля около діаметра, покрываетъ нижнюю онаго часть же: ибо углы о и х, равны суть, то должны покрываться одинъ другимъ [43], и такъ же B C и C D равны же между собою, какъ полумѣрятели циркеля [41], то должно точкѣ B, упадать на точку D [43]. И такъ же обѣ дуги A B и A D упадать на дугахъ B G и D G. Слѣдовательно, всею верхнею частію циркеля, покрывать всю же нижнюю онаго часть. Очевидно же есть, что и тѣ, и другія, между собою равны [42]. Слѣдовательно, діаметеръ, площадь циркеля дѣлитъ на двѣ равныя части.

48 е.

Можно же проводить прямую черту какъ надъ, такъ и подъ, полукружіемъ, или полуциркелемъ, когда одну на чертѣ точку изберешъ за средоточіе. Далѣе, каждый изъ четырехъ прямыхъ угловъ о, и, х, у, имѣютъ каждый мѣрою своею одну особую дугу, составляющую четвертую часть всея периферіи. А какъ вся периферія дѣлится на 360 степеней [31]; то четвертая такая часть должна имѣть 90 степеней. Слѣдовательно уголъ 90 степеней, есть уголъ прямый; по сему каждый уголъ, болѣе содержащій въ себѣ 90 степеней, есть уголъ не прямый; меньше же 90 степеней, острый [21].

49 е.

Отъ средоточія C, изобрази другій циркель, или кругъ, мѣлкими точками a b, b g, то дуги a b, b g, d g, a d, равномѣрно же будутъ мѣрами угловъ o, u, y, x, да и мѣрою одна другой равною [46], и каждая дуга будетъ составлять четвертую часть периферіи, слѣдовательно:

ab : периф. abgd = 1 : 4
и такъ же AB периф. ABGD = 1 : 4

Слѣд. что ab периф. abgd = AB периф. ABGD [91] Арифметически.

Выходитъ, что дуги циркеля, внутри угла, отъ остраго конца онаго, равными полудіаметрами проводить можно, и съ периферіею одинакое имѣютъ отношеніе: слѣдовательно, и равны суть, какимъ бы полудіаметромъ ни были означены, къ показанію величины угловъ своихъ.

50 е.

ПРАВИЛО.

„Соуглы, какъ напримѣръ O и U, „которые надъ прямою чертою AB „находятся, содержатъ въ себѣ совокупно; 180 степеней, или столько же, какъ два прямые угла.„

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Надъ прямою чертою А В, можно описать полукружіе отъ точки С [49], обѣ дуги, A D и D B, изъ которыхъ состоитъ полукружіе, составляютъ же мѣру обѣихъ угловъ O и U. А какъ вся периферія содержитъ въ себѣ 360 степеней, то половину оныя содержатъ 180 степеней, или два раза 90, то есть, содержаніе двухъ прямыхъ угловъ.

51 е.

Что доказываетъ здѣсь о двухъ углахъ, то же самое доказывается и о большемъ оныхъ количествѣ, то есть такихъ, которые находятся надъ одною прямою чертою, и имѣютъ общій всѣмъ имъ острый конецъ; ибо мѣра ихъ, всякій разъ, будетъ противу мѣры полукружія.

52 е.

Идетъ ли слово о двухъ *соуглахъ*, то легко усмотрѣвается, что по тому же приведенному положенію, по которому познается одинъ уголъ чрезъ уголъ другій, чрезъ вычитаніе суммы изъ суммы же обѣихъ прямыхъ угловъ, или 180 степеней. Напримѣръ [фиг. 34.] и = 56, будетъ о = 180° — 50° = 130°.

53 е.

ПРАВИЛО.

„ Всѣ углы, на одной точкѣ осно-
„ вывающїеся, содержатъ 360°, или
„ столько какъ прямые углы сово-
„ купно. „

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Опиши изъ одной точки D [фиг. 35. таб. 3.] кругъ [38], то периферія онаго будетъ мѣра всѣхъ угловъ, находящихся около точки D; слѣдовательно, всѣхъ ихъ мѣра есть 360° [31], или столько же, какъ мѣра четырехъ прямыхъ угловъ совокупно [48].

54 е.

ПРАВИЛО.

„Углы вертикальные, равны меж„ду собою, какъ напримѣръ [фиг. 13. таб. 1.] a = a и e = e.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

A и е суть соуглы и по тому

a + e = 180° [50]

такъ же a + e = 180° [50]

Слѣдовательно a + e = a + e [12] Ар.

и такъ же когда e = e вычтешъ

Слѣдуетъ, что a = a [15] Ар.

Такимъ точно образомъ доказуется равенство двухъ другихъ вертикальныхъ угловъ e и e. Ибо:

слѣд. $a + e = 180°$ [50]

$a + e = 180°$ [50]

$a + e = a + e$ [12] Ариѳметич.

$a = a$ вычти

$e = e$ [15] Ариѳметич.

55.

ПРАВИЛО.

„Въ каждомъ прямолинѣйномъ три-
„угольникѣ, сумма двухъ боковъ,
„равна суммѣ третияго бока.„

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Оба бока [фиг. 19. таб. 2.] $MN + PN$ совокупно, но составляютъ одинъ уголъ, брать можно за одну черту изогбенную, или кривую. Черта MP, есть черта прямая, слѣдовательно меньше нежели бока $MN + NP$; [39] по сему же явствуетъ, что $NP + MP > MN$, и $MP + MN > NP$.

36 е.

ЗАДАЧА.

,,Изъ трехъ чертъ, изъ которыхъ
,, двѣ взятыя вмѣстѣ, больше, не-
,, жели черта третія, изобразить
,, треугольникъ.,,

РѢШЕНІЕ,

или

РАЗВЯЗКА ЗАДАЧИ СЕЙ.

Положимъ три сіи черты С, В, А, [фиг. 36. таб. 3.] имѣющими заданныя свойства, возми одну изъ нихъ, напримѣръ С, *базою*, или основаніемъ прочихъ двухъ, и проведи А С = С. По томъ возми черту циркелемъ и отъ точки А, однимъ полудіаметромъ В, опиши дугу; далѣе, возми же и черту третію А циркелемъ и опиши отъ точки С, другую дугу, которая бы первую пресѣкала; наконецъ изъ точки пресѣченія проведи черты А В, и В С, и будетъ желаемый триугольникъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

А С = С по начертанію.

А В = В есть радиксъ круга, чертою В описаннаго, а всѣ круга радиксы, равны между собою [41].

В С = С по тому же основанію.

Слѣдовательно содержитъ триугольникъ А В = С заданныя черты. Заданные черты не имѣютъ ли въ себѣ того свойства, что двѣ изъ нихъ завсегда въ совокупности больше, нежели черта третія, то дуги, по вышеписанному, взаимно досязаться не будутъ, слѣдовательно и фигуру триугольника составить не льзя. Доказательство сего сть въ приведенномъ предъ симъ положеніи [55].

57 е.

Понеже дуги надъ чертою А С, во одной точкѣ пресѣкаться могутъ; ясно же, что изъ трехъ чертъ, одинъ только составляется треугольникъ, и что чрезъ три заданныя бока, совершенно означается, хотя другая, которая либо черта напримѣръ В, или А, пріемлется за базу или основаніе; но въ такомъ случаѣ, триугольникъ премѣнитъ свой видъ или положеніе, но съ первымъ во всемъ останется одинаковъ.

58 е.

Надобно ли изъ двухъ заданныхъ чертъ, напримѣръ В и С [фиг. 37. таб. 3.] начертить равнобочный триугольникъ? оное легко, соотвѣтственно задачѣ приведенной предъ симъ. Возми изъ сихъ чертъ одну В за базу, и проведи А В = В. По томъ возми другую черту C, и опиши равно, какъ изъ точки A, такъ изъ точки B, дуги, которыя бы одна другую пресѣкали: отъ сего же пресѣченія C, произведи черты AC и CB будетъ AC = CB = B, изобразится триугольникъ ABC, равнобочный [25], содержащій заданныя черты боками своими.

59 е.

Столько же не трудно познать, какъ надъ заданною чертою равносторонній начертить триугольникъ. Положимъ DG [фиг. 38.] заданными линіями. Поставь одинъ конецъ циркеля на точку D, раздвинь другую до точки G, и опиши надъ ними дугу. Тѣмъ же раствореніемъ циркеля, изъ точки G опиши другую дугу, которая бы первую пресѣкала; отъ сего пресѣченія H проведи черты DH и HG, будетъ

$$HD = DG\ [41]$$
$$HG = DG\ [41]$$

Слѣдов. $HD = DH$ [12] Арифмет.

И такъ треугольникъ DGH будетъ равносторонній, начерченный надъ чертою DG.

60 е.

П Р А В И Л О.

„Когда въ треугольникѣ всѣ три
„стороны совокупно, равныя вели-
„чины противу трехъ же сторонъ
„треугольника другаго, то всѣ
„оныхъ углы, и оба треугольники,
„сами по себѣ равны суть.„

Условіе или *гипотезисъ* [фиг. 3.]

$$\begin{array}{lll} & AD & = ad \\ & AB & = ab \\ & DB & = db \\ \hline \text{положеніе} & A & = a \\ & B & = b \\ & D & = d \\ \text{и} & \triangle ADB & = \triangle adb. \end{array}$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Какъ изъ трехъ чертъ, только одинъ треугольникъ составлять можно [57], то ясно, что два треугольника должны быть между собою равны, ежели имѣютъ одинакія бока. Положеніе сіе извлекается отъ [Principio Congruentiae] [42]. Ибо изъ точки A, чертится треугольникъ съ боками ad=AD дугою M, n, которая проходитъ чрезъ точку D. Далѣе, изъ точки B, къ чертамъ ab=DB. Дуга P Q, которая должна проходить чрезъ точку D. Теперь вообрази точку a d b, на треугольникѣ A D B, такъ, чтобъ точка a на A, и такъ же b на B, упадали, что и возможно ради равенства чертъ a b и A B [43]; то точка D, которая учиняетъ край черты a d, и край же черты b d, какъ въ дугѣ m, n; ибо дуга сія полудіаметромъ a d описана

[41], такъ и въ дугѣ p, q, ибо послѣдняя описана полудіаметромъ b d. Слѣдовательно, упадаютъ на точку пресѣченія D, по тому, что точка сія есть самое то мѣсто, которое обѣимъ дугамъ общее есть. И такъ естьли точка a на точкѣ A, b на B и d на D, упадаютъ, то всѣ края треугольника a d b на всѣ же края треугольника A D B упадаютъ же: слѣдовательно, одинъ другаго покрываетъ [34], и суть между собою равные [42]. Уголъ a, покрываетъ уголъ A; b, B; a уголъ d, D. Слѣдовательно, всѣ три угла въ совокупности, во обѣихъ треугольникахъ равны суть.

61 e.

Когда два треугольника, какъ прежніе, одинъ другой покрываютъ, то всегда упадать должны тѣ углы одинъ на другой, которые одинакіе бока имѣютъ въ противоположности. Слѣдующее положеніе можно принимать за всеобщее во всѣхъ треугольникахъ, одинъ другаго покрывающихъ: „въ противоположности есть„ли суть равные бока, равные же „и углы.„ Сіе для того наипаче замѣчательно, чтобъ при такихъ треугольникахъ, имѣющихъ равные бока и углы къ противоположности, безошибочно различать можно было отъ треугольниковъ инакихъ. Хотя бы треугольники и одинаковы были фигурами.

§. 6.

ЗАДАЧА.

„На заданной точкѣ прямой черты, „начертить заданный же уголъ.„

РѢШЕНІЕ.

Заданная черта ВН [фиг. 32. таб. 3.] на точкѣ В, начертить уголъ А.

ОтЪ остраго края угла А, полудіаметромЪ, какимЪ хочешЪ, проведи дугу D C, внутри угла; тѣмЪ же полудіаметромЪ опиши изЪ точки B, надЪ заданною чертою дугу неопредѣленной величины; отрѣжь отЪ ней часть G H, которая бы D C равна была, и проведи чрезЪ точку G, чрезЪ черту B G, то будетЪ уголЪ B, заданному углу A, равенЪ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Дуга G H и D C описаны полудіаметромЪ отЪ острыхЪ концевЪ угла B, и угла же A, слѣдовательно учинены равными между собою. А какЪ дуги G H и D C суть мѣры и величины обѣихЪ угловЪ B и A [32], то оба угла и имѣютЪ одинакую мѣру, или величину, слѣдовательно, и суть равны [46].

ВТОРОЕ РѢШЕНIЕ.

Уголъ D [фиг. 40. таб. 3.] надъ чертою F G изъ точки F описать.

Отсѣки на бокахъ заданнаго угла D, части D A и D B, какой хочешь величины, и отъ точки A, къ точкѣ же B, проведи прямую черту, или представь себѣ оную мысленно, и изобразится треугольникъ D B A. По томъ возми часть заданной черты F G, F M = D A и опиши [56] треугольникъ D B A надъ F M, такъ, чтобъ и F H = D B и M H = B A, образовали уголъ F и будетъ заданному углу D, равенъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Треугольникъ F H M, треугольнику D B A, равенъ; ибо начерченїе боковъ во обѣихъ одинаковы суть [60]. И когда M H = A B, то и уголъ F равной же будетъ величины со угломъ D [61].

ЗАДАЧА.

„Изъ двухъ заданныхъ угловъ, въ
„ совокупности содержащихъ въ себѣ
„ меньше 180 степеней, и одного за-
„ даннаго же бока, начерти три-
„ угольникъ.„

РѢШЕНІЕ.

Оба угла А и В [фиг. 41. таб. 3.], и черта C D, заданы. Поставь уголъ напримѣръ А, на концѣ заданнаго бока, напримѣръ С; другой же уголъ В, на концѣ же другой черты, именно же въ точкѣ D [62]. Продолжи бедра обѣихъ угловъ, доколѣ сойдутся и составятъ треугольникъ съ заданными боками и углами. Доказательство тому, по одному начерченію треугольника сего, ясно. Содержатъ ли оба заданныя угла AB, или что то же самое есть, C D, въ совокупности болѣе 180 степеней, или суть два прямыя угла; то бедро сихъ угловъ C F и F D, никогда не сойдутся взаимно. Будутъ ли содержать въ себѣ оба угла точно 180 степеней; и суть углы прямые, слѣдовательно совершенно равные, то черты C F, и F D окажутся паралельными, слѣдовательно триугольникъ изобразиться не можетъ. Доказательство тому увидимъ далѣе.

64 е.

ПРАВИЛО.

„Когда въ двухъ триугольникахъ, „два угла, прилегающей къ себѣ „чертѣ суть равны, то триуголь„никъ самъ по себѣ, и прочія его „части равны же суть взаимст„венно.„

Условіе или *гипот.* AB = ab [фиг. 39.]

A = a

B = b

положеніе △ ADB △ adb

D = d

AD = ad

DB = db.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положи треугольникъ abd на треугольникъ же ADB, такъ, чтобъ точка a на точку A; черта a, b, на AB упадали, то должно, ибо ab = AB, чрезъ условіе, или гипотезисъ, точкѣ b на точку B упадать [43]. Далѣе a = A, то должно же бедру угла ad, на бедро AD угла A упадать же; и подобнымъ образомъ, ибо такъ же b = B, чрезъ гипотезисъ бедро угла b на бедро DB угла b упадать [43]. Но двѣ черты только во одной точкѣ касаются, или пресѣкаютъ ее [40]; а какъ бока треугольника a d и A D, такъ же b d и B D, одинъ на другой упадаютъ; слѣдователно за одинакія черты и пріемлются. Точка пресѣченія d, упадаетъ на точку же пресѣченія D. И тако упадаютъ закраины треугольника a b d, на закраины треугольника A B D; слѣдователно, одинъ отъ другаго покрывается, и суть между собою равны [34] [42]. Уголъ b упадаетъ на уголъ B, бокъ a d на A D, и a d на B D. И такъ всѣ три сіи части обѣихъ треугольниковъ, одинаковой между собою величины.

65 е.

ЗАДАЧА.

„ Изъ одного угла и двухъ чертъ
„ изобразить треугольникъ.„

Заданный уголъ G, черты же A и B [фиг. 42. таб. 3.]. Обѣ сіи черты проведи отъ угла B, и начерти G A = A, и G B = B; проведи черту B A, и изобразится треугольникъ G B A, съ заданнымъ угломъ и съ заданными же чертами.

66 е.

ПРАВИЛО.

„Когда въ двухъ треугольникахъ „которые замыкаютъ они собою, „суть равны, то равны же всему „треугольнику и прочія три его „части.„

Условіе [фиг. 39.] a d = A D

a b = A B

a = A

положеніе ∠ a b d = △ A D B

d b = D B

d = D

b = B

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Покрой въ мысляхъ треугольникъ adb треугольникомъ ADB, такъ, чтобъ точка a, на точку A, и точка b на точку B упадали, которое по тому возможно, что взяты ab = AB [43], и по тому такъ же что уголъ a углу A равенъ есть, помощію принятаго тобою условія; то должно и бедро угла a, то есть ad на другое бедро того же угла A, то есть на AD упадать [illegible]; ради же равенства чертъ ad и AD, точка d на точку D упадать. Между двухъ точекъ, одну только прямую черту провесть можно [illegible]. А когда точка d на точку D и b на B упадаетъ, то должно чтобъ и черта db на DB упадала же. И тако всѣ закраины треугольника другаго adb, на закраины треугольника другаго ADB упадали же, слѣдовательно три-угольники и суть между особою равны [34 и 48].

Упадаютъ же

$$\left.\begin{array}{llll} & db \text{ на } DB, & \text{потому } db & = DB \\ \text{уголъ} & d \text{ на } D, & \text{потому } d & = D \\ & b \text{ на } B, & \text{потому } b & = B \end{array}\right\} [42]$$

67 е.

Правило сїе о равенствѣ треугольниковъ весьма нужно замѣтить, ибо на томъ основывается, не только измѣренїе разстояний по земной поверхности кольями, но такъ же великая часть правилъ Геометрическихъ и иныхъ частей Математики.

68 е.

ЗАДАЧА.

„Прямую черту раздѣли на двѣ „равныя части.„

РѢШЕНІЕ.

Заданная черта А В [фиг. 43. таб. 4.]. Начерти надъ нею и подъ нею, равнобочный треугольникъ, какой хочешъ величины [58]. Острые концы обоихъ треугольниковъ C и D, свяжи прямою чертою, то въ точкѣ пресѣченія G, раздѣлится заданная черта на двѣ равныя части.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Здѣсь примѣчать надлежитъ, положи $AG = GB$.

Сначала сличи оба треугольника ACD и DCB, и найдешь, что они равны между собою.

Ибо $AC = CB$ } по построен.
$AD = DB$
$CD = DC$ по Ариф.

Слѣдов. $\angle ACD = \angle DCB$ (
и $o = u$ (6)

Сіи оба угла принадлежатъ такъ къ треугольникамъ ACG и CGB, коихъ равенство ясно, ибо изъ угловъ сихъ.

тамъ же $AC = CB$ по начерченію.
$CG = CG$ [10] Ариф.

Слѣдов. $\triangle ACG = \triangle GCB$ [66]
и $AG = GB$ [61]

По тому же самому основанію $x = y$, то раздѣляемая черта CD, будетъ стоять подъ перпендикуляромъ AB [30].

69 е.

ЗАДАЧА.

„Уголъ раздѣлить на двѣ равныя „части.„

РѢШЕНІЕ.

Отсѣки отъ обѣихъ бедръ заданнаго угла BAC [фиг. 42. таб. 2.] двѣ равныя части какія хочешъ; $AB = AC$ изъ точекъ B и C, и однимъ полудіаметромъ опиши дуги, чтобъ одна другую пресѣкала. Изъ точки пресѣченія D, проведи прямую черту къ концу угла A, и выйдетъ заданный уголъ раздѣленный на двѣ равныя части m и n.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

AB = AC по начерчен.
BD = CD [21]
AD = AD [10] Ариф.
Слѣдов. $\triangle$ ABD = $\triangle$ ADC [65]
m = n [61]

70 §.

Такимъ же точно образомъ можно дѣлить дугу, или часть периферии круга, только бы средоточие оныя было извѣстно. Заданною такою дугою положимъ A F (фиг. 47.), а G средоточиемъ. Раздѣли уголъ A G F [67] на двѣ равныя части o и n, то будетъ черта H G раздѣлять дугу на A P и P F, ибо A P и P F суть мѣры равныхъ угловъ, слѣдовательно и будутъ равны же между собою.

71 е.

ПРАВИЛО.

„ Въ трехбочномъ триугольникѣ, „ углы, равнымъ бокамъ противолежащія, „ равныя суть величины. „

Когда [фиг. 46. таб. 4.] $AH = HM$
то $A = M$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Раздѣли уголъ H, котораго оба бедры равны чертою H C на двѣ равныя части [69], что будетъ во обѣихъ триугольникахъ A H C и H C M.

	x	$= y$	по начерченію
	AH	$= HM$	по условію
	HC	$= HC$	[10] Ариф.
Слѣдов.	$\triangle AHC$	$= \triangle HCM$	[66]
	и A	$= M$	[61]

72 е.

„ Изъ точки, на прямой чертѣ,

,, гдѣ нибудь, по срединѣ оныя, по-
,, ставить перпендикуляръ.,,

РѢШЕНІЕ.

Заданная точка M [фиг. 47. таб. 4.], заданная же черта A B, на которую перпендикуляръ поставить должно.

Одинъ конецъ циркеля поставь на точкѣ M, и тѣмъ же отверстіемъ циркеля отсѣки двѣ равныя части M N и N P.

Надъ чертою N P составится равнобочный треугольникъ N R P [78], величиною по произволу. Острый конецъ треугольника сего R, свяжи съ заданною точкою M, чрезъ прямую черту, и будетъ черта M R, на чертѣ A B стоять перпендикуляромъ, или прямо по отвѣсу.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Во обѣихъ треугольникахъ N R M и M R P, есть

NR = RP по начерч.
NM = MP по начерч.
MR = MR [10] Ариф.

Слѣдов. $\triangle$NRM = $\triangle$MRP [60]
и o = u [61]

И такъ o и u составятъ побочный уголъ [17]. Когда же черта, какъ здѣсь R M, на другой поставлена такимъ образомъ, что оба побочные, или смѣжные углы, будутъ равны, то стоитъ одна на другой по отвѣсу прямо [20]. Слѣдовательно, черта MR на чертѣ A B, будетъ перпендикуляръ изъ заданнаго пункта M.

ЗАДАЧА.

,, Изъ заданной точки надъ чертою,
,, провести черту по отвѣсу, надъ
,, заданною же чертою.

РѢШЕНІЕ.

Заданная точка C [фиг. 48. таб. 4.],

отЪ которой на чертѣ D F, надобно поставить перпендикулярЪ.

Ставь одною ногою циркеля на точкѣ C, раствори его такЪ много, чтобЪ заданную черту D F, вЪ двухЪ ея точкахЪ, напримѣрЪ A G пресѣчь можно, точки сіи разсѣченія, A и G, свяжи сЪ заданною точкою C прямою чертою, и выйдетЪ равнобочный треугольникЪ A C G. Теперь раздѣли верхній уголЪ A C G, или, что то же самое, бокЪ его A G, на двѣ равныя части [69], то будетЪ черта C B, разсѣкающая уголЪ A C G, на двѣ равныя части x и y, перпендикулярЪ на чертѣ D F.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Надобно только, какЪ и предЪ симЪ, доказать равенство смѣжныхЪ угловЪ o и u; равенство, которое само по себѣ выходитЪ какЪ равенство же треугольниковЪ A C B и B C G

$$\begin{array}{lrcll} & \text{ибо } AC & = & CG & [41] \\ & x & = & y & \text{по начерченїю} \\ & CB & = & CB & [10]\ \text{Ариф.} \\ \hline \text{Слѣдов.} & \triangle ACB & = & \triangle BCG & [66] \\ & \text{и } o & = & u & [61] \end{array}$$

И тако $o = u$, черта C B на чертѣ D F прямо по отвѣсу [20].

75 е.

КакЪ черта перпендикулярная, или прямо по отвѣсу, не нагибается ни на право ни на лѣво, но на заданной чертѣ стоитЪ по отвѣсу прямо; то сами сїи обѣ черты покажутЪ точку, на послѣдней чертѣ, надЪ которою стоитЪ перпендикулярЪ. НапримѣрЪ [фиг. 49.] точка N, на чертѣ C D, точка M на другой чертѣ A B, такЪ же какЪ точка Q кЪ точкѣ P, и такЪ далѣе, суть противоположены прямо по отвѣсу. Двѣ черты A B и C D параллельны ли между собою, то будутъ всѣ перпендикуляры. Напримѣръ M N, P Q R S, F H и такъ далѣе, проведенные отъ одной къ другой чертѣ, равную имѣть величину [12], напротивъ, и черты перпендикулярныя, между двухъ помянутыхъ чертъ равны же суть. Надобно ли доказать, что черта A B съ чертою C D, суть параллельны; то докажи токмо прежде, что оба перпендикуляра M N и F H, равной суть величины. Къ сему потребно не болѣе какъ означить обѣ точки, ибо чрезъ положение двухъ точекъ означается прямая черта ... И такъ отстоитъ ли точка M, столь же далеко какъ и точка F отъ черты C D; то черта A B, съ чертою C D, параллельны суть.

76-е.

ПРАВИЛО.

„ Когда двѣ черты третїею такъ „ пресѣкаются, что 1 е, дѣлаетъ „ углы на оныхъ равными, или 2 е, „ что внутренній на нихъ уголъ „ внѣшнему углу равенъ есть; или „ 3 е, внутренній уголъ содержитъ „ въ себѣ 180 степеней. Въ такомъ „ случаѣ черта параллельна есть.„

1 е полож. когда x = y [фиг. 30. таб. 4.] то AF парал. чертѣ GH.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поставь изъ точки P, на чертѣ HG перпендикуляръ 74, и изобразится прямый уголъ ї 20]. Далѣе, возми часть NQ отъ P къ A, такъ чтобъ MP = NQ, и проведи черту MN, и выйдутъ оба треугольника MPN и PNQ, равные между собою.

Ибо MP = NQ по начерч.
PN = PN [10] Ариф.
x = y по условію

Слѣдов. △MPN = △PNQ [66]
e = i [61]
и MN = PQ.

А какъ i, есть уголъ прямый, то и e прямый же уголъ [45], слѣдовательно MN, равно какъ и PR, суть черты перпендикулярныя [20], а какъ онѣ величины равной, то черты AF и GH, суть параллельны [75].

2е полож. когда y = u [фиг. 51.]

то такъ же и AF и GH суть парал.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда u и x составляютъ прямые углы

то x = u [54]

то такъ же y = u Гипотезически.

Слѣдоват. x = y Арифметически.

Углы x, y суть противолежащіи взаимно; то, по приведенному доказательству положенія перваго, A F съ G H суть параллельны.

3 е положеніе $y+o=180°$ [фиг. 54.] то равномѣрно же A F = съ G H параллельны суть.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Углы x и o суть углы смѣжные, и по тому.

$x+o=180°$ [50]

$y+o=180°$ гипот.

Слѣдовательно $x+o=y+o$ [21] Ар.

а какъ $o=o$ [10] Ар.

то будетъ когда выч. $x=y$ [15] Ар.

И такъ есть ли въ семъ случаѣ углы x и y, яко углы противуположные, суть равны, что есть знакъ параллельности черть, изъ сего слѣдуетъ, что черты A F съ G H должны быть параллельными.

77 е.

ЗАДАЧА.

„Чрезъ заданную точку, парал„лельную черту провести, къ дру„гой заданной же чертѣ.

РѢШЕНІЕ.

Заданная точка С [фиг. 52. таб. 4.], чрезъ которую провести параллельную черту А В.

Проведи отъ точки С, на чертѣ А В, прямую черту по произволу, напримѣръ С G. Уголъ у, которой отъ того составится на чертѣ А В, свяжи съ точкою С [62] такъ, что х = у, и отверстіе угла х пришло бы на противолежащей сторонѣ черты: ибо когда у на лѣвой сторонѣ, то необходимо х будетъ на сторонѣ правой. Наконецъ, продолжи бедра угла х, сколько можно, то будетъ черта F D, чрезъ точку C проведенная, параллельна чертѣ A B.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Уголъ x углу y бывъ учиненъ равенъ и надъ тою же самою заданною точкою C, суть углы противолежащіе [18]. Слѣдовательно, обѣ черты F D и A B, чертою третіею C G, тако пресѣкутся, что противолежащіе углы x и y равны будутъ; слѣдовательно, черта F D чертѣ A B суть параллельны [76. No 1..]

78 е.

Невозможность есть, чтобъ чрезъ точку C, провести другую черту окромѣ сихъ двухъ F D и A B, третію параллельную же. Ибо естьли пресѣкаться ей чертою F D, то должно чтобъ была, или ниже, или выше, той же самой черты F D.

Положимъ протягается она надъ чертою F D, какъ черта C N, то точка черты сей N, будетъ отстоять далѣе, нежели точка C, отъ черты A B. Протягается ли B ниже черты F D, какъ напримѣръ M C, то всѣ составляющїе ея точки будутъ далѣе къ чертѣ A B нежели точка C. Слѣдовательно и не льзя ей быть параллельною обѣимъ помянутымъ чертамъ [12].

79 е.

ЗАДАЧА.

„Когда двѣ параллельныя черты,
„третїею чертою пресѣкаются, то
„1 е, противолежащїе углы суть
„равны между собою. 2 е Уголъ
„внутренній, противолежащему се-
„бѣ есть равенъ. 3 е Оба внутрен-
„нїе угла, во одну сторону отвер-
„стые содержатъ въ себѣ по 180
„степеней.„

1е полож. когда FD съ AB пар. [фиг. 52.
то x = y таб. 4.]

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ежели бы уголъ x углу y не равенъ быть долженъ, то надобно одному изъ нихъ быть или больше или меньше другаго. Будетъ ли меньше, то надобно увеличить доколѣ сравняются. Означимъ таковый придатокъ буквою e къ углу x, и означится уголъ сей N C G, то есть e + x = y. Слѣдовательно, обѣ черты M N и A B, отъ третїей C G такъ пресѣкаются, что углы e + x = y, которые суть противолежащие углы, возъимѣютъ равную величину; слѣдовательно, черта M N и черта A B будутъ параллельны [76. No 1.] Но черта F D съ чертою A B, по приведенному положенїю параллельны суть, равно какъ и черты же M N и

FD, пойдутъ чрезъ точку с. И такъ двѣ разныя черты, чрезъ одну точку, были бы параллельны чертѣ AB; но сїе не возможно есть [78]. Такъ же не возможно, чтобъ у болѣе сталъ х; ибо первое есть слѣдствїе втораго. Былъ ли бы уголъ у меньше х, то надлежало бы ему столько увеличиться, чтобъ сравнялся съ угломъ х. Пусть будетъ уголъ о часть такова придаточная, которою меньше уголъ у; то было бы о + у = х. Въ семъ случаѣ обѣ черты FD, и KG отъ третїей CG, такъ бы пресѣкались, чтобъ углы х и у + о, равными оказались. Слѣдовательно, черты FD и KG были бы параллельны [76. No 1.] Но здѣсь черта AB, съ чертою FD, параллельны, и черта AB, равно какъ и черта KG, тянутся чрезъ одну и ту же точку G, то вышли бы опять двѣ разныя черты, чрезЪ одну и ту же точку, и стали бы сЪ чертою F D параллельны. Но какЪ сіе не возможно [78], то не возможно же и то, чтобЪ уголЪ y могЪ быть меньше угла x. И такЪ естьли y не можетЪ быть ни больше, ни меньше, то долженствуютЪ оба сіи угла быть равны.

2е полож. когда $\underline{\text{AF сЪ GH}}$ пар. [фиг. 51.
то y = u таб. 4.]

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже A F сЪ G H тянутся параллельно, то по приведенному 1 му положенію

y = x

Но какЪ тамЪ же $\underline{x = u}$ [54]

Слѣдовательно y = u [12] Арифм.

3е положеніе когда $\underline{\text{FD сЪ GH}}$ парал.
то y + = 180°

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

$y = x$ по 1 му полож.
$o = o$ [10] Арифм.

Слѣдоват. $y+o=x+o$ [14] Арифм.
а понеже $x+o=180°$ [50]
то такъ же $y+o=180°$ [12] Арифм.

80 е.

ЗАДАЧА.

„Всякая четвеpобочная фигура,
„коея противолежащие бока одной
„величины, суть параллелограмъ.„

Напр. [фиг. 53. таб. 4.] $AB=CD$
$AC=BD$
то $ABDC$ есть параллелограмъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведи отъ двухъ угловъ, противолежащихъ, одинъ другому, напримѣръ отъ A къ D, прямую черту, которую обычайно называютъ *діагоналемъ*, или діагональною чертою, выйдутъ два разные триугольника A C D и A D B.

$$\begin{array}{lllll} \text{Ибо} & AB & = & CD & \rbrace \text{ гипотезич.} \\ & AC & = & BD & \\ & AD & = & AD & [10] \text{ Арифм.} \\ \hline \text{Слѣд.} & \triangle ACD & = & \triangle ABD & [60] \\ \text{и} & n & = & o & \\ & x & = & y & [61] \end{array}$$

U и o, суть противолежащіе углы, составляющіеся отъ пресѣченія чертою A D, двухъ другихъ A B и C D. Но какъ сіи смѣжные противолежащіе углы, суть равны, то и черта A B съ чертою C D должны быть параллельны [76. No 1.]. Такъ же x и y смѣжные же противолежащіе суть углы, произведеніемъ черты A D и двухъ другихъ A B и C D, слѣдовательно черта A C, будетъ параллельна чертѣ B D, по равенству угловъ сихъ [76. No 1.], а фигура ABCD, *параллелограмъ*.

81 е.

Въ квадратѣ и рутѣ всѣ бока равны, въ продолговатыхъ прямыхъ, или прямоугольныхъ, четвероугольникахъ и ромбоидахъ, противолежащія одна другой сторонѣ равны; слѣдовательно всѣ сіи четыре рода фигуръ суть *параллелограмы*.

82 е.

ПРАВИЛО.

„Во всякомъ параллелограмѣ, бока „и углы противолежащіе, между „собою равны; черта же діагональ„ная дѣлитъ ихъ на двѣ равныя „части.„

Напримѣръ: [фиг. 53. таб. 4.]

ABCD есть параллелограмъ.

то $C = B$

$o + x = u + y$

$CD = AB$

$AC = BD$

$\triangle ACD = \triangle ABD$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведи діагональ AD. А какъ ACDB параллелограмъ есть, то должно, чтобъ AB съ CD, AC съ BD были черты параллельныя [28].

И потому $o = u$, $x = y$ [76. № 1.]

$AD = AD$ [10] Ариф.

Слѣдов. $\triangle ACD = \triangle ABD$ [64].

$C = B$, $CD = AB$ [61]

$AC = BD$

и $o + x = u + y$ [14] Ариф.

ЗАДАЧА.

„По одному заданному углу и
„двумЪ чертамЪ, начерти параллело„грамЪ.„

РѢШЕНІЕ.

НапримѣрЪ [фиг. 54. таб. 4.] заданный уголЪ A, заданныя черты B и C. Возми одну черту, напримѣрЪ C, за базу, или основаніе, и проведи AC = C. На точкѣ A поставь заданный уголЪ [62], коего на другомЪ бедрѣ проведи черту B, какЪ здѣсь вЪ фигурѣ AB = B. На обѣихЪ концахЪ AC, поставь оба конца же циркеля и опиши дугу B. Далѣе, возми циркелемЪ же AB изЪ точки C, опиши другую дугу, которая бы перьвую пресѣкала. НаконецЪ изЪ точки пресѣченія D, проведи двѣ черты къ буквѣ В и къ буквѣ С, и выйдетъ параллелограмъ съ заданными боками.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Уголъ $A = A$, $AC = C$, $AB = B$ } по начерченію.

Слѣдовательно будетъ содержать въ себѣ фигура ABCD заданныя части. А какъ:

$AC = BD$, $AB = CD$ } по начерченію.

То должно фигурѣ С быть параллелограмомъ [80].

84 е.

Надобно ли, чтобъ параллелограмъ былъ ректангулемъ, то нужны два бока безъ угловъ; надобно ли же ромбоидомъ, то одинъ бокъ и одинъ уголъ; надобно ли превратить его въ квадратъ, то одинъ заданный бокъ, по [27] изъ приведенной предъ симъ задачи явствуетъ, что по двумъ бокамъ и одному углу, изображается параллелограмъ; то необходимо нужны два параллелограма, въ которыхъ бы по два бока и оными составляемые углы, были между собою равны. Какъ квадратъ состоитъ изъ равныхъ между собою боковъ и угловъ, равенство двухъ квадратовъ показывается, когда бокъ одного квадрата равенъ же боку квадрата втораго.

83 е.

ПРАВИЛО.

„Въ каждомъ треугольникѣ сумма „всѣхъ его угловъ, равна суммѣ „двухъ угловъ прямыхъ, то есть „180°.„

Напримѣръ: [фиг. 55. таб. 4.] ABC задан. треугол. то должно $x + y + o = 180° =$ два прямые угла.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Во всякомъ треугольникѣ, можно надъ каждымъ бокомъ, чрезъ противолежащее острïе противнаго угла, провести параллельную черту. Напримѣръ: надъ бокомъ A B чрезъ острïе C провести параллельную черту D H. Здѣсь будутъ, такимъ образомъ, двѣ параллельныя черты, D H и A B, такъ же какъ C A и C B; потому.

$$\left.\begin{array}{l} x = u \\ y = e \end{array}\right\} [79\ \text{No } 1.]$$

$o = o$ 10. Арифм.

Слѣдоват. $x + y + o = u + e + o$ [14] Ар.
а какъ здѣсь $u + e + o = 180°$ [50. 51]
то такъ же $x + y + o = 180°$ [12] Ар.

86 е.

И такъ, когда три угла въ треугольникѣ составляютъ 180°, слѣдовательно не возможно, чтобъ два угла въ треугольникѣ столько же степеней составляли. Вотъ основание, по которому въ задачѣ: изъ одного бока и двухъ угловъ треугольникъ начертить можно, [63] и что два угла, въ совокупности, меньше въ себѣ содержатъ, нежели 180°. Потому же самому, въ каждомъ треугольникѣ не можно быть болѣе одного прямаго, а еще того меньше, тупаго угла.

87 е.

Состоятъ ли двѣ черты надъ третiею прямо по отвѣсу, какъ A B и M N надъ C D, [фиг. 56. таб. 4.] то должны первыя двѣ быть паралельны между собою; ибо о х и прямые суть углы. [20] Слѣдовательно, содержатъ оба въ себѣ 180°, и не могутъ, безъ угла третiяго, составить треугольникъ, [86] а черта A B, черта M N, будутъ паралельны [76. No 1.]

88 е.

Сумма двухъ угловъ въ треугольникѣ, вычтенная изъ 180°, дастъ третій его уголъ. Третій же ли его уголъ вычтя изъ 180°, дастъ сумму прочихъ двухъ угловъ его.

89 е.

Естьли въ двухъ треугольникахъ по два угла одной величины, то и третій уголъ, третіему другому углу равенъ.

90 е.

Въ каждомъ равностороннемъ треугольникѣ, каждый уголъ его, долженъ содержать въ себѣ 60° степеней, ибо три раза 60°, то есть суммы трехъ угловъ порознь, составляютъ 80° степеней [72].

91 е.

ПРАВИЛО.

„Продолженъ ли будетъ уголъ
„треугольника по внѣшній уголъ
„чрезъ сïе продолженïе составив-
„шійся, обѣимъ другимъ угламъ три-
„угольника сего будетъ равенъ.„

Напримѣръ продолженъ бокъ АВ, въ треугольникѣ АСВ, [фиг. 55. таб. 4.].

то $m = o + x$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

$y + o + x = 180^\circ$ [85]
$y + m = 180^\circ$ [50]

Слѣдов. $y+o+x = y+m$ [12] Ариѳм.
$y = y$ [10] Ариѳм.
а посему $o + x = m$ [15] Ариѳм.

92 е.

ЗАДАЧА.

„Въ треугольникѣ два когда угла

суть равны, то третій стоитъ между двухъ равныхъ боковъ.

Напримѣръ: [фиг. 46. таб. 4.]

$$\frac{A = H\,M}{\text{то такъ же: } A\,H = H\,M}$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Раздѣли третій уголъ H на двѣ равныя части, [65] и проведи черту H C. будетъ

x = y по начерчен.
A = M Гипотезич.
и потому такъ же o = u [89]
а когда H C = H C [10] Ар.

то будетъ △ A H C = △ H C M [64]
и A H = M H [61]

95 е.

Имѣетъ ли треугольникъ углы всѣ равные, то и есть онъ равносторонній, ибо, по приведенному доказательству, всякій разъ бока треугольника, въ коихъ углы одинъ другому противолежащїе равны, равны же суть.

94 е.

ПРАВИЛО.

„ Въ каждомъ треугольникѣ, самый наибольшїй уголъ есть тотъ, „ который находится насупротивъ самаго наибольшаго же его бока.„

Какъ, [фиг. 57. No 1. таб. 4.]

Уголъ $ABC > C$

и $\quad > A$

то такъ же $AC > AB$

и $\quad > BC$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, во первыхъ, уголъ ABC, больше нежели уголъ C, то и должно части угла ABC, быть равной углу C. Сего ради начерти внутри угла ABC, уголъ $O = C$ [фиг. 57. No 1.], и проведи черту BD, то произойдетъ равнобочный треугольникъ BDC, ... кои . . . .

потому что $O = C$ по начерт. такъ же $BD = CD$ [92]

здѣсь же $AD = AD$ [10] Ар.

Слѣдов. $BD + AD = DC + AD$ [14] Ар.

и такъ далѣе $BD + AD > AB$ [55]

потому же $DC + AD > AB$ [13] Ар.

Но $DC + AD$, составляетъ цѣлую черту AC. Слѣдовательно, и $AC > AB$: ибо уголъ ABC такъ же больше угла A, то и должно въ углѣ ABC начертить другой, который бы равенъ былъ углу A, и для того то означается $u = A$ [фиг. 57. No 2] и проводится черта BC: треугольникъ AGB будетъ равнобоченъ, то есть $AG = GB$ [92].

$GC = GC$

Слѣдов. $AG + GC = GB + GC$ [14] Ар.

а какъ $GB + GC = BC$ [55]

то также $AG + GC = AC > BC$ [13] Ар.

Понеже въ прямоугольномъ треугольникѣ, уголъ прямый есть наибольшій, [86] то должно и боку, насупротивъ угла, быть наибольшимже. Равнымъ образомъ и въ треугольникѣ тупоугольномъ, углу тупому, какъ самому же большему, имѣть на супротивъ самый наибольшій бокъ.

96 е.

П Р А В И Л О.

„Черта, прямо по отвѣсу, есть
„кратчайшая между прочими дру-
„гими, проводимыми изъ одной
„точки.„

Д О К А З А Т Е Л Ь С Т В О.

Изъ прямой по отвѣсу черты АВ, [фиг. 58. таб. 4.] и еще многія черты же изъ точки *A*, на черту *CD*, напримѣръ AC, AG, AH, AM, то, во первыхъ, ясно, что черта А Н должна быть длиннѣе черты А В, ибо треугольникъ А В Н, есть треугольный, потому что черта А В стоитъ прямо по отвѣсу; слѣдовательно долженъ бокъ А Н яко насупротивъ находящійся прямаго угла, быть наибольшимъ нежели А В, [94 95]. Бокъ А М въ тупоугольномъ треугольникѣ А Н М, подобно же долженъ быть наибольшій нежели А Н, ибо стоитъ насупротивъ тупаго угла [95]. И такъ когда А Н, больше нежели А В; то должно, чтобъ А М столько же кратъ былъ больше нежели А В. Симъ же самымъ образомъ доказуется, что А G, А С и всѣ прочія черты, изъ точки А, къ чертѣ С D проведенныя, должны быть больше нежели А В: какъ перпендикулярной черты, слѣдовательно кратчайшей между всѣми прочими.

НА видѣ отъ 97 е. [illegible]

Приводимое положеніе основаніемъ имѣетъ, почему отстояніе точки отъ прямой черты, или сей отъ оной, измѣряется чертою перпендикулярною. Ибо когда разстояніе какой либо вещи отъ другой узнать хочемъ, то должны токмо узнать мѣру самой кратчайшей между ими черты; потому же познается и высота параллелограма, чертою же по отвѣсу, отъ одного бока къ другому противному, проведенною; высоту триугольника чертою же по отвѣсу острія угла до противулежащаго бока. И такъ далѣе. [75]

98 е.

ПРАВИЛО.

„Естьли уголъ на периферіи кру„га, и уголъ въ средоточіи круга, „на одинакихъ, или равныхъ дугахъ [illegible]держаются; то уголъ средоточный вдвое больше, нежели уголъ на периферіи.

Бываетъ сіе трояко: или отъ бедръ угла проводятся черты къ периферіи чрезъ средоточіе круга; или оба бедра угла заключаютъ въ себѣ средоточіе; или средоточіе находится внѣ бедръ угла. Докажется ли истинна всѣхъ сихъ трехъ положеній, то должно, чтобъ правило таковое не подвержено было ни какому сомнѣнію. Въ случаѣ первомъ на средоточіи о и уголъ же на перифиріи u стоятъ на одной дугѣ DC, бедро жо угла u простирается чрезъ средоточіе A: надобно доказать, чтобъ [фиг. 59. таб. 4.].

$$o = 2u \text{ или } \tfrac{1}{2} o = u$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже AB и AC суть радіусы

[illegible]

[illegible], что и должны быть равны между собою, [41] так же △ ABC, есть треугольник равнобочный 125 и $u = x$ [71]. Угол o есть внешній первоупомянутому углу; составившійся чрез продолженіе бока A B; треугольника ABC, то o содержит в себе столько же, сколько и их совокупно, [91] или как $x = u$; то будет $u + u$, еже есть вдвое противу u:

Въ случаѣ 2 мъ; когда средоточіе O, [фиг. 60:] между бедръ угла периферіи находится, то равномѣрно же $\angle$ ACD = $\angle$ ABD.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже въ случаѣ семъ, бедра угла на периферіи заключаютъ въ себѣ средоточіе, то можно отъ острія угла провести прямую черту B G чрезъ средоточіе, а тѣмъ самымъ какъ уголЪ на периферіи, такЪ и уголЪ же на средоточіи раздѣлишь на двѣ части. УголЪ A B D на периферіи состоитЪ изЪ обѣихЪ частей o и u; уголЪ же на средоточіи A C D, изЪ двухЪ же частей x и y. Разсматривая малые углы: x, o, y, u, окажется, что x есть уголЪ на средоточіи, o уголЪ на периферіи, коихЪ бедра тянутся чрезЪ средоточіе, и что всѣ они утверждаются на одной дугѣ A G.

Слѣдовательно вЪ 1 мЪ случаѣ

$$x = 2\,o$$
$$y = 2\,u$$

ежели же будутЪ сложены

$$x + y = 2\,o + 2\,u \text{ [14] Ариф.}$$

или $x + y = 2\,(o + u)$

А какЪ $x + y = A\,C\,D$

и $o + u = A\,B\,D$ [11] Ариф.

Слѣд. $A\,C\,D = 2\,A\,B\,D$

ВЪ случаѣ 5 мЪ когда средоточіе C

[фиг. 61 Габ. 5.] внѣ обѣихъ бедръ угла и на периферіи, то завсегда остается же $x = 2y$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Еще проведи черту BA чрезъ средоточіе, дабы задача перьвая подтверждалась, окажется $ACG = o + x$ и $ABG = u + x$.

Понеже $ACG = 2ABG$ какъ
и въ случаѣ первомъ.
буд. когда вычт. $o + x = 2(o + y)$
или $o + x = 2(u + 2y)$
и такъ далѣе $o = 2u$ какъ и
въ случаѣ второмъ.

Слѣдовательно когда вычтешъ,
останется $x = 2y$ [15] Ар.

А понеже нѣтъ болѣе какъ токмо три таковыя паденія случаевъ сего рода, то и доказуется вообще, что уголъ на средоточіи, всякій разъ, вдвое больше угла на периферіи, когда тотъ и другой на одной дугѣ находятся.

99 е.

Посему величину угла на периферіи, по дугѣ, на которой утверждается, узнавать должно. Ибо мѣрою его есть половина дуги сей. Ясно же и то, что всѣ углы на периферіи, на одной дугѣ основанные должны быть равны между собою, имѣя одну и ту же мѣру. Подобнымъ же образомъ дуги одного круга, равны же суть, на которыхъ равныя же величины углы находятся.

100 е.

Стоитъ ли уголъ на периферіи съ бедрами своими надъ полукружіемъ, или,, что то же есть, на крайней точкѣ діаметра; то мѣрою его должна быть половина полукружія, то есть четверть цѣлаго круга, или

[illegible]

[illegible] Слѣдовательно, уголъ таковый есть уголъ прямый [48]. Отсюда проистекаетъ новый, и весьма подручный способъ, начертить прямый уголъ; надобно только, чтобъ въ цыркелѣ или кругѣ, [фиг. 62. таб. 5.] діаметеръ AB изъ какой хочешъ точки на периферіи, напримѣръ D ко крайней точкѣ діаметра, провести двѣ прямыя черты DA и DB, то ADB будетъ прямый уголъ. Имѣешъ ли у себя инструментъ, помощію бы котораго могъ ты въ скорости начертить такій уголъ; то льзя легко испытать вѣренъ ли инструментъ твой, положивъ его на таковый уголъ. Естьли бока инструмента покрывать будутъ точно бедра угла, то оный вѣренъ; ибо прямые углы завсегда равны между собою [45].

101. е.

ЗАДАЧА.

„На концѣ прямой черты поставить „ перпендикуляръ.„

РѢШЕНІЕ.

Заданная черта A B [фиг. 63. таб. 5.] на концѣ ея A, надобно поставить перпендикуляръ, надъ частїю черты по проызволу: напримѣръ A C. Начерти равнобочный треугольникъ, чтобъ A D = D C. Бокъ D C продолжи, чтобъ вышли D F = D C = A D: точку F свяжи съ точкою A, чрезъ прямую черту, и будетъ F A перпендикуляръ на чертѣ A B.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже A D = C D = D F, по наченїю изображаются, то могутъ три сїи черты изображати же полудїаметръ круга, и слѣдовательно, изъ точки D, чертою D C, можно описать кругъ, который пойдетъ чрезъ точки C, A, и F [41], коего дїаметромъ будетъ черта F C: такимъ образомъ окажется уголъ F A C, угломъ на периферїи утвержденнымъ, на полуциркелѣ, или на крайней точкѣ дїаметра, слѣдовательно будетъ уголъ прямый [100] уголъ F A C, прямый ли, то будетъ F A, надъ AB необходимо перпендикуляръ.

102 е.

ПРАВИЛО.

„Параллелограмы, находящїеся „между двухъ паралельныхъ чертъ, „на одной базѣ утвержденныхъ, между собою равны.„

Заданы черты A D, M H, паралельныя, [фиг. 64.] между коими помѣщенъ параллелограмъ A M P B, на одной же базѣ M P, съ параллелограмомъ M C D P.

ПараллелограмЪ А М Р В, параллелограмЪ С М Р D.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

ПараллелограмЪ AMPB состоитЪ изЪ трапецїи ABNM и треугольника MNP. ПараллелограмЪ CMPD состоитЪ изЪ того же триугольника MNP и трапецїи MCDP. МожешЪ ли доказать равенство обѣихЪ трапецїй, то докажеши и равенство обѣихЪ параллелограмовЪ. Трапецїя 1 я ABMN составляется, когда отЪ триугольника ACM, отЪимется малый триугольникЪ BCN. Трапецїя 2 я, NCDP составляется, когда тотЪ же самый триугольникЪ BCN, отЪ большаго триугольника BDP, отдѣлится. И такЪ настоитЪ дѣло узнать равенство триугольниковЪ большихЪ ACM и BDP, что доказуемо бываетЪ такЪ. AM=PB суть противолежащія бока параллелограма; [82] потому же самому основанію и $MC = PD$.

$$AB = MP$$
$$CD = MP$$

слѣдов. $AB = CD$ [12] Ариф.

$BC = BC$ [10] Ариф.

$AB + BC = CD + BC$ [14] Ариф.

$AC = BD$ [11] Ариф.

И такъ, когда оба сіи треугольника одинакіе имѣютъ бока, слѣдовательно и равны между собою [60].

то есть $\triangle ACM = \triangle BDP$

въ теперешнемъ случаѣ $\triangle BCN = \triangle BCN$ [10] Ар.

слѣдов. когда вычтешъ $\triangle ACM = \triangle BCN = \triangle BDP = \triangle BCN$ [15] Ар.

то есть трапеція $\triangle ABDM =$ трапеція $NCDP$

когда же сложишъ $\triangle MNP = \triangle MNP$ [10] Ар.

трапеція $ABMN + \triangle MNP$

трапеція $NCDP = \triangle MNP$

то есть параллелограмъ $AMPB$

параллелограмъ $CMPD$ [11] Ар.

103 е.

Когда всѣ перпендикуляры, постановляемые между двухъ параллельныхъ чертъ, равны между собою [75], и высоты параллелограмовъ, чрезъ перпендикуляры, со одной на другую проведенныя узнать хочешъ [27]; то ясно, что должно поступить по приведенному предъ симъ положенію: параллелограмы, одну базу и высоту имѣющіе между собою, равны.

104 е.

Какъ черта діагональная каждый параллелограмъ дѣлитъ на двѣ равныя части, или на два равные треугольника, [82] то слѣдуетъ изъ приведеннаго правила, что треугольники должны быть между собою равны, естьли одну и ту же черту имѣютъ своею базою, и вмѣщены между одними же параллельными чертами, или что то же самое есть, когда высота обѣихъ есть равная же, ибо проведи только въ параллелограмѣ A M P B [фиг. 64.] діагональ M B, а въ другомъ параллелограмѣ же CMPD, діагональ MD, то выйдутъ треугольники M P B и M D P, между однихъ и тѣхъ же чертъ параллельныхъ A D и M H, и на одной же базѣ M P.

Парал. AMPB парал. CMPD [102]

слѣдов. $\frac{1}{2}$ AMPD $=$ $\frac{1}{2}$ CMPD [20]

то есть ΔMBP $=$ ΔMDP [82]

105 е.

По сему всякій треугольникъ есть половина параллелограма на одной съ нимъ базѣ и между одинакими параллельными чертами. Діагоналемъ параллелограмъ дѣлится на двѣ равныя части [82].

что. и △ MBP =
парал. AMPB
въ семъ случаѣ парал. AMPB =
парал. CMPD

слѣдовательно △ MPB =
парал. CMPD [12] Ариф.
или что то же самое есть $\frac{1}{2}$ MBP =
парал. $\frac{1}{2}$ CMPD [20] Ариф.
Треугольникъ MPB и параллелограмъ CMBD, имѣютъ одинакія свойства: то есть находятся между одними параллельными чертами, и на одной утверждены базѣ.

106 с.

ПРАВИЛО.

Въ каждомъ прямоугольномъ треугольникѣ, квадратъ бока, насупротивъ прямаго угла, содержитъ въ себѣ столько же, какъ квадраты прочихъ двухъ боковъ въ совокупности.

Прямоугольный треугольникЪ ABC [фиг. 65. таб. 5.], надЪ боками котораго надобно описать квадраты, и объяснить доказательствомЪ. Что квадратЪ BC = квад. AC + квад. AB.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

ОтЪ острія прямаго угла A, проведи черту AM, параллельную кЪ боку большаго квадрата BD и CN, то будетЪ квадратЪ сей во обѣихЪ параллелограмахЪ RMNC и RMDB раздѣленЪ на двое. Посему ясно, что параллелограмЪ перьвый RMNC, боку квадрата AC; другой же параллелограмЪ RMDB, боку же квадрата AB, будутЪ равны. Слѣдовательно, большій квадратЪ надЪ чертою BC, обѣимЪ прочимЪ вЪ совокупности, равенЪ же. Теперь надобно сличить перьвый параллелограмЪ RMNC, сЪ квадратомЪ AC, не забывая притомЪ, что какъ параллелограмъ такъ и квадратъ, параллелограмы суть [81]. Треугольникъ A N C, съ параллелограмомъ B M C, стоитъ на одной базѣ C N, и между одними параллельными чертами A M и C N; (ибо A M проведена съ боковъ большаго квадрата параллельно). Слѣдовательно, треугольникъ есть половина параллелограма. [105] Такъ же стоитъ треугольникъ B H C, съ бокомъ квадрата A C, на одной базѣ и между одними параллельными чертами G B и H C, почему треугольникъ B H C, есть половина квадрата бока A C; [105] равными же треугольниками A N C и B H C одинъ другому; то должно же и параллелограму B M N C быть равному боку квадрата A C, ибо есть онаго половина. Равенство обѣихъ треугольниковъ такъ доказуется. Бокъ N C въ треугольникѣ перьвомъ АМС, есть бокъ СВ другаго треугольника ВНС, и оному равенъ, ибо суть черты одного и того же квадрата. [27] Бокъ АС, въ 1 мъ треугольникѣ, потому же [27] боку СН, треугольника другаго, равенъ есть уголъ ACN, въ треугольникѣ 1 мъ, замыкающійся боками АС и CN, равенъ же углу ВСН, замыкаемому боками ВС и СН треугольника другаго; ибо каждый изъ нихъ состоитъ изъ одного прямаго угла и угла же о. Почему

△ANC = △BHC [66]

слѣдов. 2△ANC = 2△BHC [18] Ар. тоесть пар. RMNC = квад. АС [105]

Такимъ же образомъ доказуется, что параллелограмъ RMDB, квадрату бока АВ, равенъ, должно только провести прямую черту отъ точки А къ точкѣ D, и отъ точки С къ точкѣ Р и будетъ.

Параллелограмъ RMNC = квад. AC
параллел. RMDB = квад. AB

то должно пар. RMNC + пар. RMDB
квад. AC + квад. AB
AC + квад. AB [14] Ар.
то есть BC = квад. AC +
квад. AB [11] Ар.

107 е.

Положеніе сіе вымыслилъ, какъ повѣствуютъ, Пифагоръ; или точнѣе доказательство положенія сего, которое есть наинужнѣйшее во всей Математикѣ, почему и зовется правиломъ Пифагорическимъ; инако же Магистромъ Математиковъ. Стоитъ въ писателяхъ, что Пифагоръ вымысливъ оное, отъ радости принесъ жертву богамъ; но въ чемъ состояла жертва его, остается поднéсь въ спорѣ между учеными.

108 е.

Естьли еще, вЪ двухЪ прямоугольныхЪ треугольникахЪ, изображаются внѣ гипотенузы, еще бокЪ, одинакія величины, то должно третіему боку треугольника и бокамЪ обѣихЪ другихЪ треугольниковЪ же, быть равному. Ибо во обѣихЪ треугольникахЪ AFG и MNP, [фиг. 66. таб. 5.] $FG = NP$ и $AF = MN$, то и должно.

квад. $FG =$ квад. NP [84]
а какЪ квад. $FG =$ квад. $AF +$ квад. AG [106]

то квад. $NP =$ квад. $AF +$ квад. AG [12] Ар.
и какЪ далѣе квад. $NP =$ квад. $MN +$ квад. MN

то такЪ же должно квад. $AF +$ квад. $AG =$ квад. $MN +$ квад. MP
вЪ тепер. случ. квад. $AF =$ квад. AM
квад. $AF = MN$

слѣд. когда выч. квад. $AG =$ квад. MP [13] Ариф.
то такЪ же $AG = MP$ [84]

По сему и тремій бокъ одного триугольника, третіему же боку втораго треугольника, равенъ; слѣдовательно, равны же суть и бока треугольниковъ и углы, одинъ другому [60].

109 е.

Надобно ли начертить квадратъ вдвое больше заданнаго, напримѣръ квадрата на чертѣ А С. [фиг. 67. таб. 5.] то проведи діагональ D C, и будетъ бокъ желаемаго квадрата вдвое больше 1 го, ибо треугольникъ D A C, есть треугольникъ прямоугольный; слѣдовательно квадратъ D C = квад. A D + , то есть 2 квадрата A C, ибо A D = A C есть бокъ квадрата квадратнаго [27]. Надобно ли начертить еще квадратъ, который бы больше сихъ обѣихъ въ совокупности, напримѣръ такъ великой, какъ квадратъ бока A C, и C H;

поставивъ одинъ надъ другимъ перпендикулярно; и проведи черту АН, которая и будетъ бокъ квадрата желаемаго: понеже въ треугольникѣ прямоугольномъ АСН, квадратъ АН = квадратъ АС + квадратъ СН. [106] И такъ далѣе.

110 е.

ПРАВИЛО.

„Равныя дуги въ кругѣ, завсегда „связуются равными же чертками; „равныя же чертки, связуются ду„гами равными между собою.„

Когда дугѣ АВ = дуга ВD [фиг. 68. таб. 5.] то такъ же черткѣ АВ = черт. ВD

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведи къ крайнимъ точкамъ чертокъ полудіаметры АС СВ СD и изобразятся два равные треугольника АСВ и СВD, ибо дуга АВ и дуга BD, которыя суть мѣры угловЪ x и y, суть равны между собою; то и должно.

	$x = y$	[46]
далѣе и такЪ	$AC = CD$	[41]
и	$CB = CB$	[10] Ар.
слѣдоват.	$\triangle ACB = \triangle CBD$	[66]
и чертка	$AB = BD$	[61]
когда чертка	$AB = BD$	
то также и дуга	$AB = BD$	

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда чертки AB и BD, какЪ бока треугольниковЪ ABC и BCD, между собою равны и $AC = CB = CD$ [41.], то и всѣ бока, во обѣихЪ сихЪ треугольникахЪ равны же. Слѣдовательно, треугольники сами по себѣ и ихЪ углы, яко равнымЪ бокамЪ противолежащіе, равны одинЪ другому; какЪ то, $x = y$ [61]. Оба же угла имѣютЪ мѣрою своею дуги ищѣ и вездѣ. А какъ углы между собою равны, то должны же быть равны и дуги [46].

111 е.

Чрезъ сіе оказуется основаніе, чего ради перемычныя чертки проводятся равными, когда уравниваемъ же и дуги въ кругѣ. Ибо въ кругѣ, или циркелѣ, не можно проводить никакой кривой, а только одни прямыя черты.

112 е.

Изъ предъидущаго слѣдуетъ, что естьли периферію круга раздѣлишъ на многія равныя части, и свяжешъ ихъ поперечными чертками, выйдутъ фигуры регулярныя, ибо изобразятся не только бока, какъ поперечныя чертки равныхъ дугъ, но и углы, ибо кончатся всѣ оныя на периферіи, и на однихъ утверждаются дугахъ круга, равныхъ же между собою

[99] а сїе составляетъ свойства фигуръ регулярныхъ [94].

113 е.

ПРАВИЛО.

„Черты прямыя по отвѣсу, ко-
„торыя разсѣкаются поперечными
„чертками на двѣ равныя части,
„на равныя же двѣ части дѣлятъ
„и двѣ равныя же между собою ду-
„ги, ибо проводимы бываютъ чрезъ
„средоточїе круга.

Черта прямая по отвѣсу, [фиг. 69. таб. 5.] AB, дѣлится на двѣ равныя части поперечною чертою MH такъ, что MG=GH. Надобно показать, что и MB=BH и AB идутъ чрезъ средоточїе круга.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведи прямыя черты AM и AH, изобразятся два равные треугольника MAG и AGH.

и ибо MG=GH Гипотезич.

AG=AG Арифметич.

o = u потому что

AB, прямо по отвѣсу MH [20] Ар.

слѣдов. △MAG=△AGH [66] Ар.

и MA=AH

x = y [61]

Понеже уголъ x=y, то должно и думать MB=BH быть такъ же [99] далѣе, дуга MA= дуга AH, дуга

MA=HA [111]

слѣдов. MB+ дуги MA= дуги=

BH+дуга A++ [14] Ар.

И такъ дѣлитъ черта AB периферію на двѣ равныя части, слѣдовательно есть полудіаметръ, [41] и проходитъ чрезъ средоточіе круга.

. 114 е.

ПРАВИЛО.

„ Когда чрезъ средоточіе круга „ проведена будетъ прямая черта,

„ на черту поперечную; то и чрезъ
„ то и чертка и дуги будутъ раз-
„ дѣлены на двѣ равныя части.„

Прямая черта по отвѣсу AB [фиг. 69. таб. 5.] проведена на поперечную чертку MH, изъ средоточія C.

Надобно доказать, что MG=GH
MB=BH

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведи полудіаметры MC и CH, изобразятся прямоугольные треугольники MCG и CGH. А понеже MC=CH [41] и CG=CG [10 Арифметически], то оба треугольники между собою равны и MG=GH, [108] и г п. Слѣдовательно, такъ же MB=BH. Ибо сія дуга есть мѣра угловъ [46].

115 е.

ЗАДАЧА.

„ По тремъ точкамъ, не на одной
„ прямой чертѣ описать кругъ.„

РѢШЕНІЕ.

Три заданныя точки A, B, D, проведи черты AB и BD, раздѣли каждую на двѣ равныя части [68], гдѣ пресѣкутся, P 2 и MN какЪ здѣсь вЪ точкѣ C, то должно сей точкѣ быть средоточіемЪ того круга, котораго периферія идетЪ чрезЪ три заданныя точки.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже три точки A, B, D, на периферіи круга находятся, то и черты AB и BD, должно разумѣть чертами поперечными [30]. Здѣсь черта разсѣкательная упадаетЪ на двѣ черты перпендикулярно и раздѣляетЪ ихЪ пополамЪ [68]; слѣдовательно, поперечная черта AB, чертою перпендикулярною P 2 и черта поперечная BD, перпендикулярною же чертою MN дѣлятся на двѣ, равныя части; то и должно обеимъ PQ и MN проходить чрезъ средоточие [113]. Надобно ли же, чтобъ средоточие находилось на обеихъ сихъ чертахъ, то необходимо же надобно средоточию быть въ точке пресечения C, каковая находиться может только на чертахъ прямыхъ.

116 е.

Изъ сего ясно, какъ въ заданномъ круге, или луге круга, находить средоточие. Проведи только во обеихъ случаяхъ две прямыя черты и раздели каждую пополамъ. Точка пресечения будетъ искомое средоточие.

117 е.

Полигонный уголъ зовется такий, когда двумя бокамн многоугольника изображается. Напримеръ A B D, B D H и прочий; [фиг. 71. таб. 5.]

[illegible] центральнымЪ, или средоточнымЪ; изображается же двумя чертами, проведенными изЪ средоточія кЪ крайней точкѣ бока.

Такіе углы суть: о, х, у, г, и.

118 е.

ЗАДАЧА.

„ Регулярный полигонЪ начертить „ вЪ кругѣ.„

РѢШЕНІЕ.

Раздѣли периферію круга на столько частей, сколько имѣть надобно угловЪ многоугольнику. НапримѣрЪ на пять, ежели хочешЪ начертить пятиугольникЪ, [71] и проведи поперечныя чертки, то и изобразится регулярный полигонЪ вЪ кругѣ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Сіе ясно показуетЪ параграфЪ 112.

119 е.

Понеже периферїю круга не Геометрически на части, какїя кто хочетъ, дѣлить можно; то и поступать въ семъ случаѣ надобно Механически токмо. Сирѣчь, найди прежде уголъ центральный, чрезъ раздѣленїе 360 ти степеней на число боковъ желаемое, какъ оное усмотрѣть можно въ фигурѣ. При каждомъ пятиугольникѣ будетъ, такимъ образомъ, $\frac{360}{5}$ то есть 72 степени. Такой уголъ, помощїю транспортана, поставь въ центрѣ, напримѣръ въ точкѣ C, [фиг. 71. таб. 5.] такъ что $u = 72^\circ$. Симъ образомъ изобразится дуга AB; которая есть мѣра угла u, и такъ же 72°: слѣдовательно, дуга сїя, или лутчѣ, поперечная чертка AB, вмѣщаться будетъ пять разъ въ кругѣ. Такъ же точно дѣлается и въ прочихъ сему подобныхъ случаяхъ.

120 d.

ПРАВИЛО.

„ Черта прямая проведенная изъ „ средоточія регулярнаго многоуголь- „ ника, къ углу полигонному, раз- „ дѣляетъ сей уголъ на двѣ равныя „ части.„

фиг. 71. таб. 5. доказуетъ, что m=n.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

CG, CA, CB, суть полудіаметры одного круга; слѣдовательно между собою равные. [41] DA=AB будутъ бока фигуры регулярной [24].

и слѣдоват. $\triangle CGA = \triangle CBA$

и m=n [60. 61.].

121 e.

ЗАДАЧА.

„ Найти уголъ регулярнаго пяти- „ угольника, или уголъ пятиуголь- „ ный.„

РѢШЕНІЕ.

Вычти уголЪ центральный изЪ 180°, раздѢли на число боковЪ, и произшедшее отЪ того вычти изЪ 180, напримѢрЪ, уголЪ регулярнаго пятиугольника есть $180° - \frac{360°}{5}$, то есть $108° - 72° = 180°$, уголЪ шестиугольника $180° \frac{°}{6} = 180° - 60° = 120°$, и такЪ далѢе.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

ПятиугольникЪ регулярный такЪ изображается вЪ кругѢ. [фиг. 71. таб. 5.] Проведи изЪ средоточія ко остріямЪ угловЪ A и B черты C A и C B: то будетЪ n какЪ q полуулы полигонные, [120] и слѢдовательно n+o, столько же то есть, какЪ и цѢлый полигонный уголЪ.... Теперь приводится.

$$n + q + u = 180° \qquad [85]$$
$$u = \frac{360°}{5} \qquad [119]$$

слѢд. ког. выч. $n + q = 180° - \frac{360°}{5}$ [15] Ар.

То есть (n+q), или цѣлый уголъ пятиугольника изобразится, когда раздѣлишъ 360° на 5 и произшедшее вычтешъ изъ 180°, то же самое доказательство служитъ и ко всѣмъ прочимъ регулярнымъ многоугольникамъ.

122 е.

И такъ, когда найденъ будетъ полигонный уголъ чрезъ вычитанія изъ угла центральнаго, сирѣчь 180°, то ясно, что можно же находить и уголъ центральный, по вычетѣ угла полигоннаго изъ 180°. Въ треугольникѣ CAB [фиг. 71.] уголъ $n = 180°$, $(n+q)$ [88], и есть уголъ центральный. Полууглы полигонные, слѣдовательно, когда изобразишъ на концѣ прямой черты полууголъ полигона, и бедра угла сего продолжишъ, пресѣкши одно другимъ, то выйдетъ треугольникъ, коего третій уголъ шого полигона, котораго, кой уголЪ полигонный, поставленЪ будетЪ на концѣ черты.

ЗАДАЧА.

„Регулярный многоугольникЪ изо-„бразить на заданной прямой чертѣ.

РѢШЕНIЕ.

АВ заданная черта, [фиг. 71. таб. 5.] надЪ которою изобразить должно, напримѣрЪ, треугольникЪ.

Найди прежде уголЪ полигона, который вЪ семЪ случаѣ будетЪ 180°—$\frac{360}{5}$, то есть 108° [181] половину онаго отнеси кЪ точкѣ А, другую кЪ точкѣ В, n=q=54°.

То есть, гдѣ бедра угла пресѣкаются, то есть С, опиши прямыми чертами СВ=СА кругЪ и заданная черта А В, умножится во столько разЪ, сколько многоугольникЪ твой имѣть долженЪ боковЪ; какЪ напримѣрЪ, вЪ теперешнемЪ случаѣ 5.

Понеже N и Q, суть половины угла полигоннаго; то уголъ u долженъ быть угломъ центральнымъ, [122] когда же уголъ u есть уголъ центральный, какъ теперь приводится $\frac{360}{5}$, [119] или пятая часть периферіи цѣлаго круга; то и должно такъ же дугѣ А В, описанной отъ острія угла u, полудіаметромъ С В или С А; потому, что есть мѣра угла u, составляющая пятую часть всея периферіи: слѣдовательно, черта А В пятикратно вмѣстится въ кругѣ и произведетъ регулярный пятиугольникъ.

124 е.

ПРАВИЛО.

„Бокъ регулярнаго шестиуголь„ника, равенъ полудіаметру круга, „въ которомъ начерченъ, Надобно шестиугольникъ регулярный, [фиг. 22. таб. 2.] начерченный въ кругѣ, такъ доказывать.

Что M C или C N = M N.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведи къ концамъ обѣихъ крайнихъ точекъ одного бока шестиугольника, оба полудіаметра M C и C N, и выйдетъ треугольникъ M C N. Уголъ и какъ центральный, долженъ содержать въ себѣ 6 ю часть периферіи, то есть $\frac{360^{\circ}}{6}$ или 60°; потому, что сіе есть шестиугольникъ регулярный. [119] Слѣдовательно, $x + y = 180^{\circ} - 60^{\circ} = 120^{\circ}$. [88] А понеже $C M = C N$ суть полудіаметры круга, [41] то такъ же $x = y$ [71], потому x какъ такъ же и y, содержатъ равно въ себѣ по 60°, имѣя же въ себѣ по 60°, суть равны; должны же быть равны и всѣ бока шестиугольника,

[93] ... M C, то есть полудіаметрЪ, равной же величины какЪ и MN; сирѣчь боками быть шестиугольника.

125 е.

Весьма легко, по сему, начертить треугольникЪ вЪ кругѣ, надобно только полудіаметрЪ, какЪ бокЪ шестиугольника регулярнаго шестикратно помѣстить вЪ кругѣ. ХочешЪ ли начертить регулярный шестиугольникЪ на заданной чертѣ: бокомЪ треугольника сего опиши кругЪ, то заданная сія черта, помѣстится шестикратно вЪ кругѣ.

ОБЪ ИЗМѢРЕНІИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХЪ ФИГУРЪ.

126 е.

ИзмѣреніемЪ называется, когда сличаемЪ величину сЪ величиною другою одного рода; извѣстною сЪ неизвѣстною...и разыскиваемъ, ...во сколько кратъ одна въ другой вмѣщена быть можетъ. [2. въ введеніи] И такъ ко опредѣленію и различенію величинъ, относительно къ другимъ величинамъ же одного рода, слѣдующее замѣчать должно. Всякія величины, на плоскостяхъ разширяющіяся, не могутъ быть измѣряемы инако, какъ такъ называемыми „Масштабами.„ Измѣрять какую нибудь плоскость, есть то же самое, что находить, во сколько кратъ плоскость извѣстная, во измѣряемой плоскости же вмѣщается? ко измѣренію плоскостей избраны квадраты, или равнобочные четвероугольники, какъ наспособнѣйшіе къ тому; квадраты такіе, которые извѣстные намъ бока имѣютъ. Напримѣръ, квадратныя руты, квадратные футы, квадратные дюймы, квадратныя черты....

Квадратная рута есть, равносторонній четвероугольникъ, коего бока по одну только руту величиною; квадратная фута, такій равнобочный четвероугольникъ, коего бока по одной только футѣ въ длинѣ ихъ: и такъ далѣе. А какъ плоскости, обычайно измѣряются подобными квадратами, то и зовется сіе: „Фигуру раздѣлить на квадраты.„ то есть, означить ея протяженіе во всѣ стороны. Мѣры сіи пишутся, какъ и мѣры длины, съ нижеслѣдующимъ различеніемъ знаковъ. Напримѣръ, 48 квадратныхъ рутовъ, 27 квадратныхъ футовъ, 19 квадратныхъ дюймовъ; тако: $48\,\#'\ 27\,\#''\ 19\,\#'''$.

127 е.

ЗАДАЧА.

„Найти содержаніе квадрата, или „вымѣрять плоскость онаго.„

РѢШЕНІЕ.

Смѣряй бокъ заданнаго квадрата, бокомъ того квадрата извѣстнаго, который служитъ тебѣ вмѣсто „ Масштаба;„ помножь одинъ другимъ, и узная сколько первый содержитъ въ себѣ боковъ послѣдьняго, найдешъ искомое. Напримѣръ, [фиг. 72. таб. 6.] бокъ квадрата $5''$; то содержаніе окажется 5×5 и $25 \square''$, то есть бокъ мѣрителя 5 дюймовъ въ длину, должно чтобъ весь искомый квадратъ, содержалъ въ себѣ 25 малыхъ квадратовъ, коихъ бока во одинъ дюймъ длиною, или, что то же самое есть, квадратъ сей содержитъ въ себѣ 25 квадратныхъ дюймовъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже бокъ C D, содержитъ въ себѣ 5 дюймовъ, то поставь на чертѣ CD, 15 малыхъ квадратовъ, коихъ бока во одинъ дюймъ длиною; а какъ во всякомъ квадратѣ бока его равныя суть величины, то рядъ малыхъ квадратовъ, одинъ надъ другимъ, поставиться могутъ пятикратно. Имѣетъ ли каждый оныхъ бокъ по 5 квадратныхъ дюймовъ, то должно, чтобъ всѣ бока ихъ, въ пять кратно умноженные, содержали 25 квадратныхъ дюймовъ.

128 с.

Геометрически дѣлится рута на десять футовъ, фута на десять дюймовъ, и такъ далѣе. По сему ясно, что плоскости, содержащія въ себѣ по одной квадратной рутѣ, содержатъ 100 квадратныхъ футовъ, квадратная фута, 100 квадратныхъ дюймовъ; квадратный дюймъ, 100 квадратныхъ чертъ. Ибо имѣетъ ли бокъ квадрата 10; то по положенію вышеупомянутому, содержаніе квадрата сего будетъ 10×10 то есть 100. Рута Рейнландская, на многихъ мѣстахъ Европы употребляемая, содержитъ 12 футовъ, футъ Рейнландскій, 12 дюймовъ; и такъ далѣе. Слѣдовательно, на мѣру Рейнландскую, квадратная рута, содержитъ въ себѣ 144 квадратныхъ футовъ; квадратный футъ, 144 квадратныхъ дюймовъ; и такъ далѣе. Ибо 12×12 то есть, 144.

129 е.

ЗАДАЧА.

Найди содержаніе прямоугольника.

РѢШЕНІЕ.

Вымѣряй два бока противолежащіе, помножь одинъ другимъ, и будетъ искомое. Напримѣръ [фиг. 73.].

MG=3'MG=6', то содержанїе от-кроется 3×6=18⌗''.

Доказательство сему изъ предъидущаго явствуетъ; да и легко усмотрѣть въ фигурѣ, послѣдне-упомянутой.

130 е.

ЗАДАЧА.

„ Какъ находить содержанїе всякаго „ параллелограма?

РѢШЕНІЕ.

Въ косоугольномъ параллелограмѣ BCDG, найти площадь. [фиг. 74. таб. 6.] возми напримѣръ BG за базу; поставь на ней противолежащїй къ боку перпендикуляръ GM, и узнаешъ высоту параллелограма. [97] Помножь базу перпендикуляромъ прежде смѣрявъ оный, и произойдетъ содержанїе площади параллелограма, напримѣръ, база BG=8'', высота

GM 4^{II}, то выйдетъ содержаніе площади 8$\times$4, то есть 32 □^{II}.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поставится на базѣ BG, изъ обѣихъ крайнихъ ея точекъ два перпендикуляра такъ, что одинъ MG, коснется боку CD, другой же AB, которая бывъ продолжена, MG коснется боку AD, и будутъ оба перпендикуляра показывать высоту параллелограма BCDG [97], и такъ же бокъ прямоугольнаго параллелограма, ABGM. Но какъ оба сіи параллелограма имѣютъ одну базу BG, и одну высоту MG, слѣдовательно должно быть величинѣ равной и равнаго же содержанія имѣть площади. [102]. Площадь прямоугольнаго параллелограма ABGM найти можно, помноживъ BG чрезъ MG; [129] слѣдовательно, произшедшее отъ BG$\times$MG, [illegible] база помноженна высотою; дастъ площадь параллелограма CD BG.

131 е.

„А какъ всякій треугольникъ есть половина параллелограма, одну съ нимъ базу и высоту имѣющаго, [105] по сему ясно, что находимъ площадь треугольника помноживъ базу высотою его, и произшедшее отъ того раздѣлимъ пополамъ; или, что то же самое есть, когда половину высоты всею базою, или половину базы всею высотою, помножишъ напримѣръ. [фиг. 75. таб. 6.] База AB=6''

$$\frac{6 \times 4}{2}$$

Высота CD=4, то площадь треугольника или 3×3, или 2×6, то есть 12 □''.

132 е.

З А Д А Ч А.

„Найти площадь регулярнаго „многоугольника.„

РѢШЕНІЕ

И

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Всякій регулярный многоугольникЪ можетЪ раздѣленЪ быть прямыми чертами, проведенными отЪ средоточія угловЪ, которыя и будутЪ его боками. НапримѣрЪ, [фиг. 29. таб. 2.] регулярный шестиугольникЪ раздѣлить на 6 равныхЪ треугольниковЪ. КакЪ угольники сіи должны быть равными между собою, ибо бока оныхЪ, частію, изЪ одного, и того же полудіаметра круга, частію же изЪ боковЪ регулярнаго шестиугольника, составляются. Всѣ полудіаметры одного круга, [41] и всѣ бока фигуры, суть одинаковой величины, [24] слѣдовательно, и сіи шесть треугольниковЪ имѣя одинакіе бока, должны быть одинЪ другому равны. [60] Надобно только найти площадь одного такого треугольника. НапримѣрЪ △ACM, и площадь его, числомЪ боковЪ многоугольника помножить: выйдетЪ искомая площадь сего полигона. Поставь отЪ средоточія C, перпендикулярЪ CR на чертѣ AM, то будетЪ CR высота, а AM база треугольника ACM. [79] Слѣдовательно; площадь треугольника сего содержать вЪ себѣ будетЪ $\frac{1}{2}CR \times AM$, [131] окажется площадью цѣлаго сего многоугольника $\frac{1}{2}CR \times AM \times 6$. БокЪ AM, взятый шесть кратЪ, составитЪ сумму всѣхЪ боковЪ, объемлющихЪ фигуру сію; что зовется Геометрически „ периметерЪ.„ Когда периметерЪ, напримѣрЪ, вЪ теперешнемЪ случаѣ, $AM \times 6$, одною буквою P означается, то:

$$\frac{1}{2}C \cdot R \times AM \times 6 = \frac{1}{2}CR \times P:$$

И потому, площадь шестиугольника найдется, естьли половину перпендикуляра, разозначающаго бокъ со средоточіемъ, суммою всѣхъ боковъ, или периметеромъ, помножишъ.

133 е.

Чемъ болѣе полигонъ, въ кругѣ начерченный, имѣетъ боковъ, тѣмъ ближѣ подходятъ бока его къ средоточію круга, и тѣмъ меньше различествуетъ, по виду, полигонъ отъ круга. Напримѣръ, [фиг. 76. таб. 6.] двѣнатцатиугольникъ мало отличается отъ круга по виду. Изобразимъ же себѣ полигонъ изъ безчисленныхъ угловъ состоящій, начерченный въ кругѣ, то бока его необходимо почти прикасаться должны периферіи круга, и казаться фигурою одною. По сему можно представлять всякій кругъ многоугольникомъ, съ безчисленными боками. Бока таковые многоугольниковъ, почти однимъ и тѣмъ достигнутся очеркомъ въ периферію круга, что и число перпендикуляровъ; отъ средоточія круга сего, ко всѣмъ угламъ полигона, должны быть несмѣтны, и сумма всѣхъ боковъ полигона, должна почти быть равна периферіи круга. А понеже, по приведенному выше положенію [132], площадь регулярнаго многоугольника находятъ, чрезъ умноженіе половиною разстоянія отъ средоточія круга, до противнаго бока полигона всѣми его боками; то вразумительно есть, что тогда выйдетъ площадь круга, когда чрезъ половину радіуса, или что то же самое есть, одною четвертью его діаметра, помножится периферія круга.

134 е.

Найдено, что діаметръ круга къ периферіи есть почти столько же, какЪ 100 кЪ 314. Основаніе правила сего доказано быть не можетЪ на семЪ мѣстѣ, по таковой посылкѣ находятЪ діаметерЪ по периферіи круга, или по заданной периферіи діаметрЪ круга, чрезЪ тройное правило, напримѣрЪ.

$$100 : 314 = 12 : \text{периферія}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 628 \\ 314 \\ \hline \end{array}$$

106) 3768 . 37 или 37', 6'', 8''', периф.

Найденную периферію 37', 6'', 8''', или 3768, помноживЪ четвертою частію діаметра, [133] то есть 3', или 300'''; ибо черты, чрезЪ которыя одна другую, помножаемЪ вЪ вычисленіи площади, завсегда ударяютЪ на одинакія единицы.

$$\begin{array}{r} 3768''' \\ 300''' \\ \hline 1130400 \; ⊞''' \end{array}$$

И такъ площадь заданнаго круга, содержитъ въ себѣ 1130400 квадратныхъ чертъ: или одну квадратную руту, 13 квадратныхъ футовъ, и четыре квадратныхъ дюйма.

135 е.

Чтобъ находить площадь всякаго нерегулярнаго, изъ прямыхъ чертъ составленнаго многоугольника, надобно только фигуру разсѣчь на треугольники, каждаго сыскать площадь, и всѣ оныя сложить вмѣстѣ. Всякій многоугольникъ, чертами діагональными, которыя бы одна другую не пресѣкали, дѣлится на столько треугольниковъ, сколько фигура имѣетъ боковъ. По меньшей мѣрѣ на два. Напримѣръ. [фиг. 77. таб. 6.] Нерегулярный шестиугольникъ въ шестеро меньше, то есть на четыре треугольника раздѣлить: найди площади всѣхъ сихъ 4 треугольниковъ, по параграфу 131 му, сложи вмѣстѣ, и будетъ площадь всей фигуры; ибо четыре сіи треугольника, составляютъ цѣлую фигуру сію.

О СХОДСТВѢ ФИГУРЪ.

136 е.

Къ сходству между фигурами, двѣ вещи потребны. Во первыхъ, чтобъ углы ее одинакимъ образомъ расположены были; одинакую имѣли величину. Во вторыхъ, чтобъ всякій разъ, два бока фигуры, такой же были величины, какъ и въ другихъ сходныхъ фигурахъ и между столько же содержащихъ въ себѣ степеней угловъ, что ясно по (35 му); а какъ во всякомъ регулярномъ многоугольникѣ, бока и углы одинаковой величины, то слѣдуетъ, что всѣ регулярные многоугольники, по равному числу боковъ имѣющіе, должны взаимно слѣдствовать между собою. По сему, напримѣръ, всѣ регулярные пятиугольники, одинъ другому подобны: бока ихъ равны [24]; то необходимо же равны и площади ихъ... Всякій полигонный уголъ, въ регулярномъ пятиугольникѣ, содержитъ 108°; то надобно, чтобъ и у всѣхъ таковыхъ же пятиугольниковъ, по такому же точно углу было. Кругъ пріемлется за многоугольникъ, съ безчисленными боками, [103] то и всѣ круги должны быть одинъ другому подобны: какъ многоугольники, имѣющіе не смѣтное множество боковъ. Теперь приступимъ къ разсматриванію, во особенности, сходства, между треугольниковъ, ибо ими разсѣкаются всякія фигуры, изъ прямыхъ чертъ, на треугольники. Но прежде приведу нѣсколько необходимо нужныхъ положеній.

137 е.

ПРАВИЛО.

„ Треугольники одинакой высоты, „ одинакую же имѣютъ базу или „ основанїе. Напримѣръ: два тре- „ угольника ABC и DBH, [фиг. 78. таб. 6.].

Высота перваго $BG = BG$, равна высотѣ другаго треугольника.

то должно $\triangle ABC : BDH = AC : DH$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Площадь треугольника перьваго ABC есть $\frac{1}{2} BG \times AC$ другаго же $DBH = \frac{1}{2} BG \times DH$ [131]

слѣдоват. $\triangle ABC := \triangle DBH = \frac{1}{2} BG \times AC = \frac{1}{2} BG = DH$

и такъ же $\triangle ABC : \triangle DBH = \frac{1}{2} BG \times AC = \frac{1}{2} BG + DH$

то есть $\frac{1}{2} BG \qquad \frac{1}{2} BG$ [99] Ар.

$\triangle ABC : \triangle DBH = AC : DH$ [23] Ар.

138 е.

ТакЪ же познается, что треугольники имѣющїе базу одинаковой величины, могутЪ имѣть высоты разныя. КакЪ параллелограмы, одинакія имѣющїе базы и высоты сЪ треугольниками, суть вдвое противу сихЪ треугольниковЪ; [105] то ясно, что взаимно соотвѣтствіе между тѣми и другими, когда равной высоты суть, одинакія же.

139 е.

ПРАВИЛО.

„ Когда вЪ треугольникѣ проведешЪ одному изЪ его боковЪ параллельную черту, то взаимо соотвѣтствіе онымЪ, будетЪ противу боковЪ пресѣченныхЪ параллельными таковыми чертами.„ [фиг. 79. таб. 6.] DG параллельная черта, боку BC, надобно доказать, что

AD : AG = AB : AC.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведи черты BG и DC, изобразятся два треугольника DGB и DCG, оба между одинакимъ паралельныхъ чертъ DG и BC, и надъ однимъ бокомъ DG, который должно принять за базу; слѣдовательно,

$\triangle DGB = \triangle DCG$ [104].

Когда же съ обѣими боками $\triangle ADG$, сложишъ и $\triangle AGB = \triangle ADC$, то сравнивлется треугольникъ ADG, съ треугольникомъ AGB и базами тогда будутъ черты AD и AB. Изъ того окажется, что оба треугольника имѣютъ одинаковую высоту и одинъ острый уголъ G. Потому

$\triangle ADG : \triangle AGB = AD : AB$ [137]

было $\triangle AGB = ADC$

слѣдовател. $\triangle AHB$ друг: треуголь.

$\triangle ADC$ поставишъ

послѣд. $\triangle ADG : AGB = AD : AB$

Но треугольники ADG и ADC, одинакую же имѣютъ высоту, по одному ихъ общему же углу D, слѣдовательно одну же и должно имѣть имъ и базу AG и AC, то есть:

$\triangle ADG : \triangle ADC = AG : AC$ [107]

п. 6. $\triangle ADG : \triangle AGB = AD : AB$

слѣд. $AD \quad AB = AG : AC$ [91] Ар.

взаим. $AD : AG = AB : AC$ [98] Ар.

140 е.

ПРАВИЛО.

„Когда въ треугольникѣ такъ „проведена черта, что оба бока, „которые сею чертою пресѣкаться „должны, имѣютъ такое же между „собою соотвѣтствие, какъ отсѣ-„ченныя чертою части, то черта „должна быть, противолежащему „ей боку, треугольника, парал-„лельна.„

Въ треугольникѣ ACG, [фиг. 80.] таб. 6.] проведена черта BD. Что:

$$CA : CD = CB : CD.$$

то должно BD быть парал. съ AG.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

BD съ AG, параллельны, или нѣтъ? нелѣпость будетъ, естьли сказать на сїе, не параллельны. По смотримъ. BD съ AG, естьли суть не параллельны, то должно быть другой чертѣ, проведенной чрезъ точку B, параллельною же чертою AG. И естьли потому BF и AG, параллельны, то

$$CA : DG = CB : CF \quad [139] \text{ Ар.}$$

слѣд. $CF = \frac{CG \times CB}{CA}$ [103]

но ког. $CA : CG = CB : CD$ гипотез.

и так. $CD = \frac{CG \times CB}{CA}$ [103] Ар.

слѣдовател. $CD = CF$ [12] Ар.

CD есть часть черты CF, то должно бы части сей имѣть ту же величину, какъ и цѣлая черта сія. Но какъ оное не возможно, [11] Арифметически, то такъ же не возможно BD, быть параллельной съ AG. Подобная же выйдетъ нелѣпость ежели вмѣсто черты DB, другую какую либо а не BF, которая чрезъ точку B проведена, принимать за параллельную съ AG, по сему ясно, что BD и AG параллельны суть.

141 е.

ПРАВИЛО.

„ Когда въ двухъ треугольникахъ,
„ по два взятыя угла порознь, одинъ
„ другому равны; то треугольники
„ сіи одинъ другому подобны суть.„

фиг. 88. таб. 6. $A = a$

$$\frac{C = c}{}$$

и такъ $\triangle ABC \backsim \triangle abc$

то есть $B = b$

$$AB : AC = ab : ac$$
$$AB : BC = ab : bc$$
$$BC : AC = bc : ac$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Что уголЪ B, малому углу b, суть равны, и потому видно, что $a = A$ и $c = C$. [89] Но что бока, замыкающїе одинакїе углы во обѣихЪ треугольникахЪ, одинакой же величины: доказуется такЪ: отсѣки отЪ бока A B большаго треугольника, часть $AM = ab$, и такЪ же на другомЪ боку $AQ = ac$, и проведи черту MQ, понеже $A = a$, то и треугольникЪ AMQ, равенЪ треугольнику abc [66].

$o = b$ [61]

$B = b$ Гипотезис.

$o = B$ [12] Арифм.

потому сЪ MQ сЪ BC пар. [71. No. 1.]

$AB : AC = AM : AQ$ [139]

$AM : ab = AQ : ac$

$AB : AC = ab : ac$

Тѣмъ же образомъ доказуется, что $AB : AC = ab : bc$. Поставь только треугольникъ abc, внутри ABC, такъ, чтобъ уголъ b, проходилъ на уголъ B, которые суть равны между собою; а сїе будетъ, когда $DB = ab$ и $BF = bc$ и черта DF изобразится. Помѣстишъ ли, наконецъ, треугольникъ въ большемъ такъ, чтобъ острїе одного c, на острїе другаго C, упадало; что такъ же видно будетъ, когда $NC = ac$ $RC = bc$ изобразится. Слѣдовательно, $BC : AC = bc : ac$. Въ прочемъ, доказательство сїе есть совершенно одно съ предъидущимъ.

142 е.

Равно же потому ясно, что въ сходствующихъ треугольникахъ, углы мѣрою своею, соотвѣтствуютъ противолежащимъ бокамъ, и бока угламъ.

143 е.

Когда во одномЪ треугольникѣ проведена будетЪ одна черта, параллельна другой чертѣ, то необходимо изобразится малый треугольникЪ, во всемЪ подобный большему. НапримѣрЪ, [фиг. 81. таб. 6.] вЪ △ A B C черта M Q, параллельна боку B C; то o = B, [79. No. 1.] и A = a, слѣдовательно A M Q ∽ △ A B C. [141] СверьхЪ того, по той же приведенной пропорціи, [139] еще слѣдуетЪ.

A B : B C = A M : M Q

A C : B C = A Q : M Q

144 е.

П Р А В И Л О.

„ Когда два бока во одномЪ треугольникѣ одинЪ другому соотвѣтственны, такЪ же какЪ и два бока вЪ треугольникѣ другомЪ; и

,, углы во обѣихъ, боками сими обра-
,, зуемые, величины равной; то оба
,, сіи треугольника подобны одинъ
,, другому.,,

[фиг. 81. таб. 6.] $AB = AC = ab : ac$
и $A = a$

должно доказать что $\triangle ABC \backsim \triangle abc$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Чрезъ принятое условіе явствуетъ, что $A = a$, то надобно только доказать же равенство двухъ другихъ угловъ. Напримѣръ B и b и чрезъ то доказать же подобіе обѣихъ треугольниковъ. Изобрази $AB = ab$ и $AQ = ac$ и проведи черту MQ, то и долженъ быть треугольникъ AMQ, треугольнику $o = b$ [61].

а какъ $AB : AC = ab : ac$ по начер.
и $ab = AM = ac : AQ$ по нач.

посл. что. $AB : AC = AM : aQ$
а потому MQ съ BC парал. [140]
слѣдовательно $o = B$ [79. №. 1.]

прежде было $o = B$

слѣд такъ же $B = b$ [12] Арие.

Теперь ясно, что во обѣихъ треугольникахъ не только уголъ A углу a, но и B углу b, равны, слѣдовательно, треугольникъ ABC, треугольнику abc, подобенъ есть, потому такъ же $C = c$.

$$AB : BC = ab : bc$$
$$\text{и} \quad BC : AC = bc : ac \quad [141]$$

145 е.

ПРАВИЛО.

„ Когда два треугольника, взаим-
„ но между собою равномѣрные имѣ-
„ ютъ бока, то они равны одинъ
„ другому, и потому надобно же,

„ чтобЪ и всѣ углы и оныхЪ, взаим-
„ ственно же, равны были.„

[фиг. 81.] $AB : AC = ab : ac$

и $AB : BC \quad ab : bc$

то $\triangle ABC \backsim \triangle abc$

$A = a$

$B = b$

$C = c$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Начерти $AM = ab$ и $AQ = AC$ и проведи черту MQ и когда:

$AB : AC = ab : ac$ гипотез.

и $AM : AB = AQ : ac$ по начер.

то также $AB : AC = AM : AQ$

и потому MQ сЪ BC пар. [140]

сл. также $AB : BC = AM : AQ$ [143]

а какЪ дал. $AB : BC = ab : bc$ гипот.

то долж. $AM : MQ = ab : bc$ [91]

или взап. $AA : ab = MQ : bc$ [98] Ар.

а какЪ $AM \; AM = ab$ по начерчен.

то также $MQ = bc$

И по сему въ треугольникахъ AMQ и abc, всѣ боки, порознь, одинъ другому равны, понеже AM=ab и AQ=ac, начерчены одинаковы, слѣдовательно, и должно имъ быть равнымъ между собою [66].

и o=B u=c [61]
а какъ o=B и u=c ибо MQ
съ BC, пар.
слѣд. b=B и c=C [12] Арифм.
и также A=a [89]

146 e.

Правило сїе, о сходствѣ треугольниковъ, потому наипаче примѣчательно, что служитъ не только ко измѣренїю разстояний дальнихъ, и высотъ, помощїю инструментовъ, но во многихъ иныхъ Математическихъ предложенїяхъ. Напримѣръ; когда разстоянїе двухъ мѣстъ, которое инако вымѣрять не удобно.

Найти, помощію Геометріи, разстояніе сіе должно такЪ: пріими за бокЪ треугольника, сіе разстояніе, опредѣливЪ сколько можно нужное, для розыска такого треугольника, дабы начертить точно подобный ему треугольникЪ же, по упомянутому предЪ симЪ правилу. НапримѣрЪ надЪ чертою а = с, [фиг. 81. таб. 6.]. Начерти треугольникЪ, подобный треугольнику А В С, чтобЪ упадалЪ уголЪ А, на точку а, уголЪ же С, на точку с, и бедра угловЪ сихЪ продолжены были до точки пресѣченія b, составится треугольникЪ а, b, с, большему треугольнику А В С подобный. [141] Другія кЪ тому способы столь же не трудны, по правиламЪ выше сего доказаннымЪ [144 и 145]. ВпрочемЪ, когда всѣ прямолинѣйные многоугольники, чрезЪ діагональныя черты, не пресѣкающія одна другую, раздѣлить можно на столько же треугольниковъ, сколько въ нихъ боковъ, по крайней мѣрѣ на два; то по сему ясно, что можно же начертить подобныя фигуры одна другой, когда такія треугольники, подобныя же суть треугольникамъ въ заданной фигурѣ: расположеніемъ своимъ, углами и боками.

147 е.

ПРАВИЛО.

„Въ двухъ секторахъ, когда на-
„ходитъ одинакіе углы, то дуги
„оныхъ соотвѣтственны суть ра-
„діусамъ.„

[фиг. 82. таб. 6.] одинакіе углы C. обѣихъ секторовъ C B A C B F то должно C B : C D = B A : D F.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Возмемъ отъ дуги на периферіи

ВА, которая есть меньшій секторЪ, часть, и такЪ же часть отЪ другой дуги на периферіи D F, которая есть большій секторЪ; а какЪ В А и D F суть мѣры одинакихЪ угловЪ, слѣдовательно, содержатЪ вЪ себѣ равное число степеней; потому В А вЪ такомЪ же состоитЪ отношеніи кЪ периферіи, какЪ и D F.

И такЪ B A = D F [49]
и взаимственно B A = D F

ДіаметрЪ круга есть, какЪ 100 кЪ 314, слѣдовательно радіусЪ кЪ периферіи, какЪ 50, кЪ 314, [134] потому:

BC : чрезЪ = 50 : 314
DC : чрезЪ = 50 : 314

слѣд. BC : чрезЪ = DC : чрез. [92] Ар.
и взаим. BC : DC = чрезЪ : чрез. [88] Ар.
а какЪ было BA : DF = чрезЪ : чрезЪ

то BC : DC = BA : DF [91] Ар.

По сему-же ясно, что секторы, со одинакими углами, одинЪ сЪ другимЪ сходственны [136].

148 е.

ЗАДАЧА.

,, КЪ темЪ заданнымЪ чертамЪ, ,, найти четвертую пропорціальную.

РѢШЕНІЕ.

НапримѣрЪ [фиг. 83. таб. 6.] A, B и C, суть заданныя черты. Опиши уголЪ по произволенію. НапримѣрЪ, A, вмѣсто бедры, чтобЪ имѣлЪ онЪ первую изЪ заданныхЪ чертЪ, такЪ что $AM = A$; другое бедро его, чтобЪ составляло другую же заданную черту, такЪ чтобЪ $AG = B$, проведи прямую черту GM. НаконецЪ учини перваго бедромЪ третию черту C, чтобЪ было $Ap = C$, и проведи чрезЪ точку p черту pq параллельно сЪ MG; и будетЪ черта Aq желаемая пропорціальная.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

какъ qp съ MG параллельны то должно AM : AG = AP : Aq [139] а какъ AM = A, AG = B, Ap = C по начерченiю.

Слѣдовательно, когда въ пропорцiи сей вмѣсто члена ея AM, AG, Ap, тѣ величины, которыя онымъ равны суть, то: A : B = C : Aq.

149 е.

Надобно ли двумъ заданнымъ чертамъ сыскать третiю пропорцiальную, то поставь токмо двѣ сiи черты вдвое, и изобрази на обѣихъ бедрахъ оныхъ принятый уголъ, что ясно было изъ предъидущаго.

150 е.

ЗАДАЧА.

„ Двумъ заданнымъ чертамъ, сы-
„ скать среднюю пропорцiальную.„

РѢШЕНІЕ.

Когда A и B, [фиг. 84. таб. 6.] суть, напримѣрЪ, заданныя черты, то положи ихЪ на черту прямую, такЪ, чтобЪ AB = A, и BC = B. Черта AC, какЪ сумму обѣихЪ заданныхЪ, раздѣли на двѣ равныя части; [68] изЪ средоточія D, опиши полкруга, напослѣдокЪ, надЪ точкою B, поставь перпендикулярЪ, продолжи доколѣ коснется периферіи круга, и будетЪ GB, искомая средняя пропорціональная черта.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведи черты AG = GC и долженЪ изобразиться прямый уголЪ AGC: ибо окажется прямо на діаметрѣ и будетЪ угломЪ периферіи. [100] А какЪ GB, по начерченію стоитЪ прямо на AC, то и углы m и n, суть углы же прямые. [20]

Слѣдовательно AGC = m; [45] уголъ же o, какъ въ треугольникѣ AGB, такъ и въ треугольникѣ же AGC. По сему оба треугольники имѣютъ два равные углы, то же самое и $x = u$. [89] Уголъ же u, находится въ треугольникѣ GBC, и сверьхъ того $m = n$, по начерченію.

то $\triangle AGB \backsim GBC$ и такъ

$AB : BG = BG : BC$ [141 и 142]

то есть $A : BG = BG : A$.

151 e.

ЗАДАЧА.

„Прямую черту раздѣлить на
„столько частей, на сколько хо-
„чешъ.„

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что надобно раздѣлить черту A на 4 части. [фиг. 8. таб. 6.] Проведи черту неопредѣленной величины, напримѣръ CG, положи на ней 4 равныя части, CM = MN = NS = SF. Опиши равнобочный треугольникЪ DCF, и свяжи острый его уголЪ D сЪ точками: A, N и S, прямою чертою. Далѣе, примкни остріе сіе D ко одному бедру треугольника сего заданною чертою A, такЪ, чтобЪ было DA = A и проведи же чрезЪ точку A, черту AB, параллельно чертѣ CF; то и будетЪ заданная черта A, раздѣлена на 4 равныя части.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда AB сЪ чертою CF, параллельны по начерченію:

то должно DA:AB=DC:DF [143]

а какЪ DC:CF по нач.

слѣд. также DA:AB

нбо DA= A по начерч.

то также AB= A [12] Ар.

= Далѣе, CM, четвертая часть отъ CF, или отъ DC, по начерченію, и потому:

$$CF:CM=4:1$$

или $$DC:CM=4:1$$

а какъ долж. $DA:AH=DC:CM$ [143]

слѣдоваш. $DA:AH=4:1$ [91] Ар.

що есть $AB:AH=4:1$

ибо $AB=DA$

И шакъ AH есть часть четвертая отъ AB, или отъ A. Потому же ясно, что AB, или A составляетъ; слѣдовательно, черта AB и раздѣлена такимъ образомъ на четыре части.

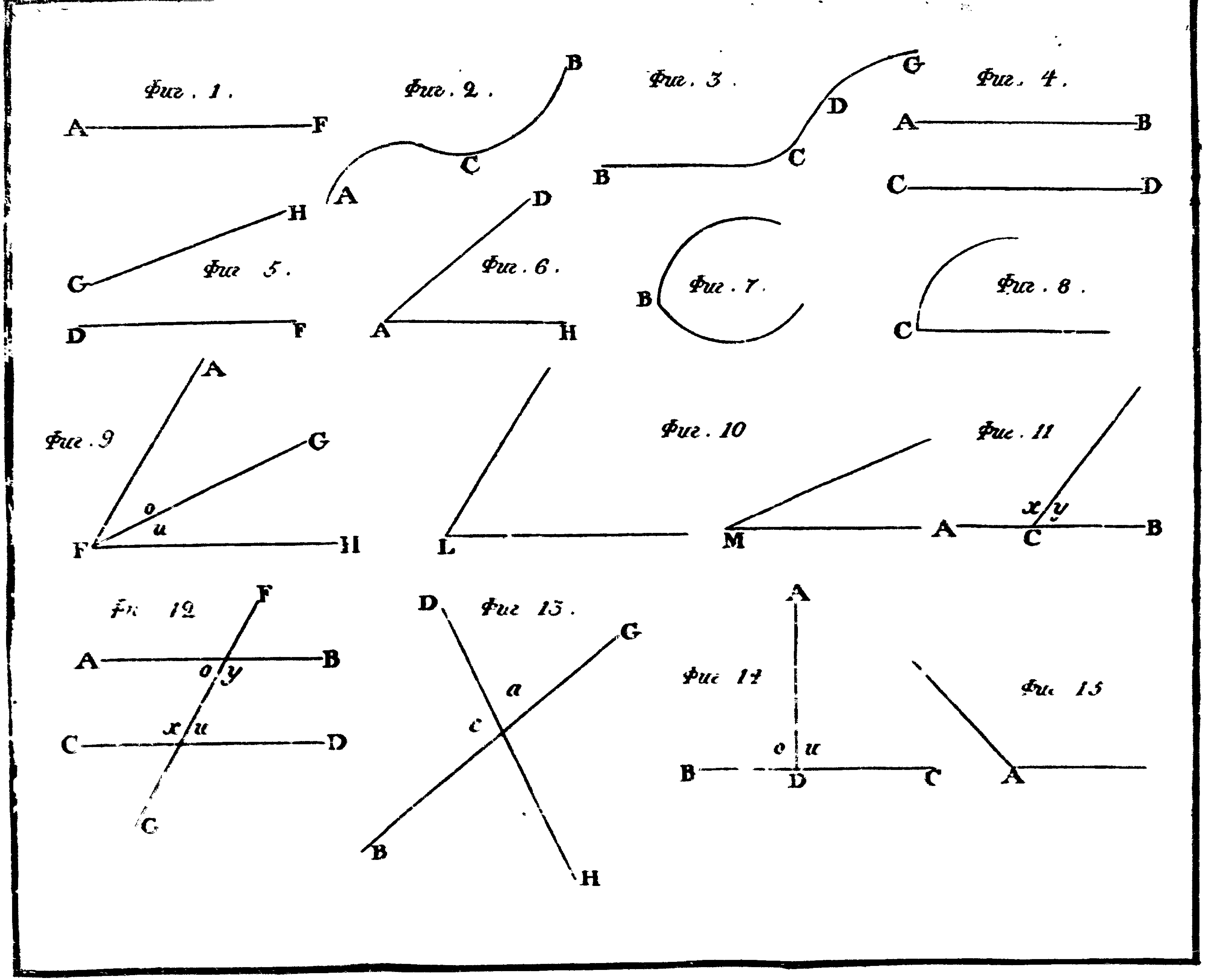
Точно шакъ же дѣлится всякая заданная черта, на сколько кто хочетъ числомъ частей.

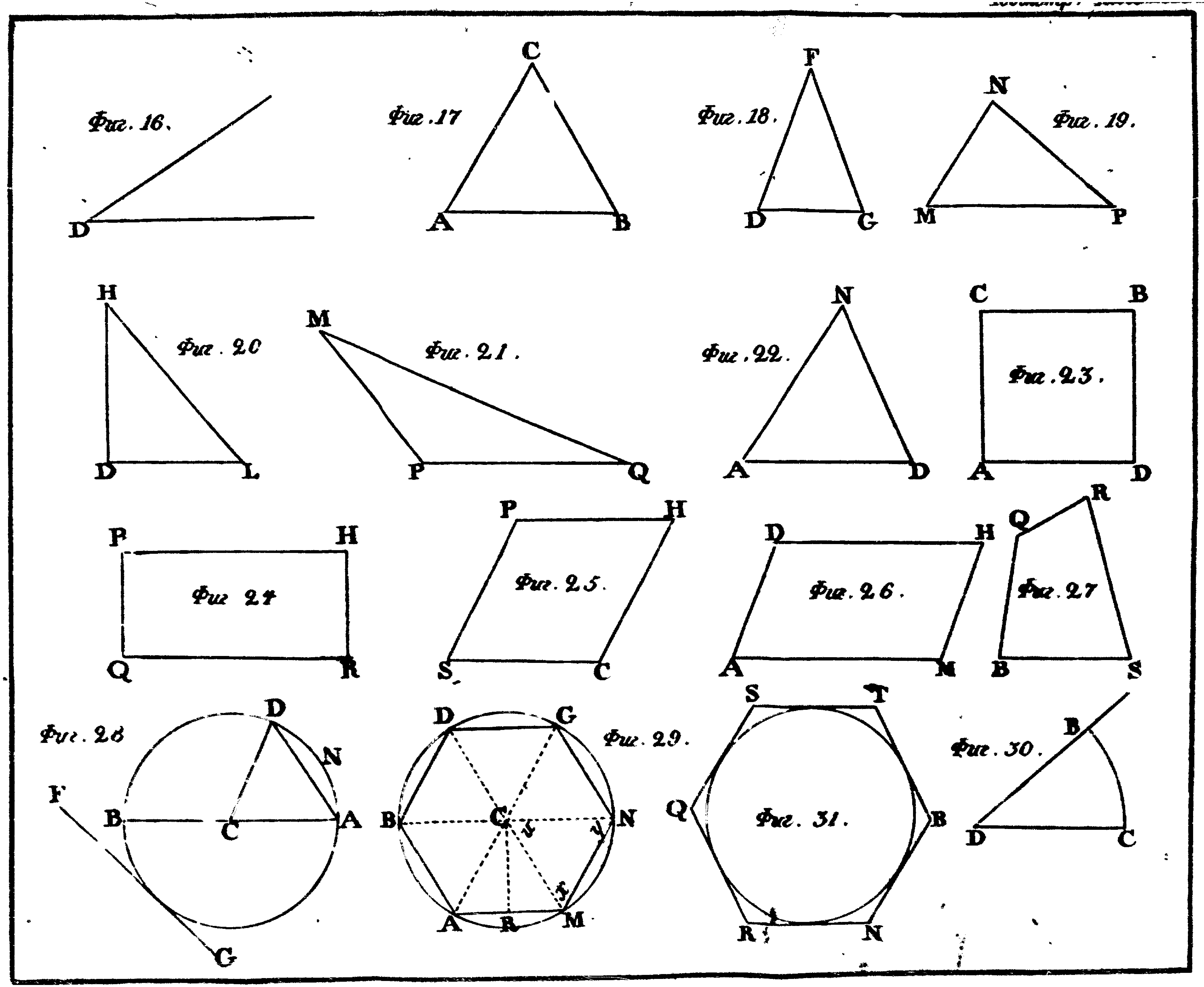
152 е.

Надобно ли черту, часть ли другой черты, дѣлить на части же?

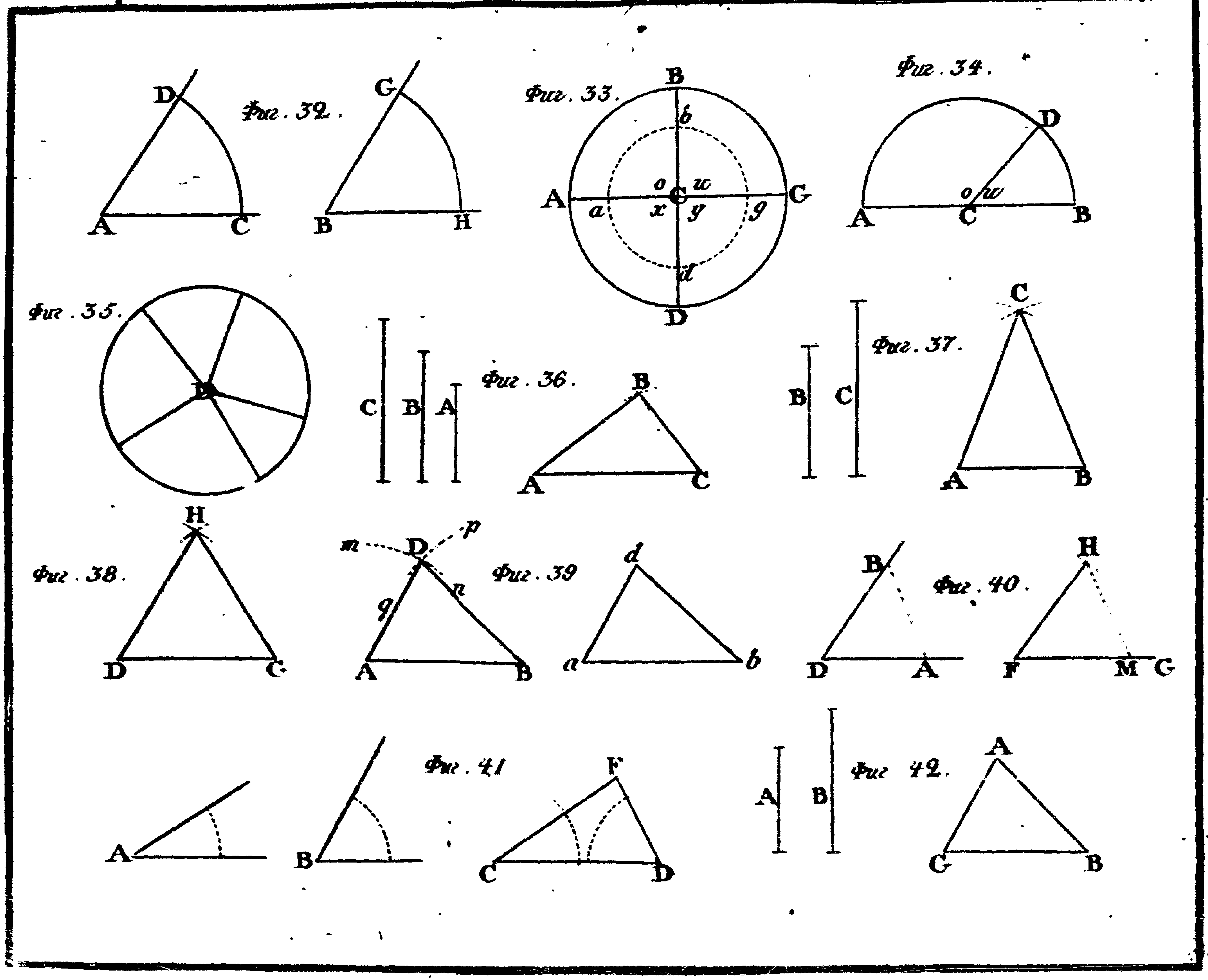
дѣлается точно такЪ же. Напримѣрѣ, задана черта В, [фиг. 86.] которую надобно раздѣлить, по самой той же пропорціи, какою раздѣлена черта C D, опиши подобно же надЪ чертою C D, равнобочный треугольникЪ, поставь на одно бедро онаго, напримѣрЪ A C, заданную черту В, такЪ чтобЪ было AB=b. ЧрезЪ точку В, протяни черту BD, параллельную чертѣ C D, а изЪ точекЪ H и q, прямыя же черты кЪ острому углу треугольника; и будетЪ BG=B, по той же самой пропорціи, раздѣлено какЪ и CD. Сіе доказуется какЪ и послѣдняя предЪ симЪ задача.

КОНЕЦЪ ВТОРОЙ ЧАСТИ.

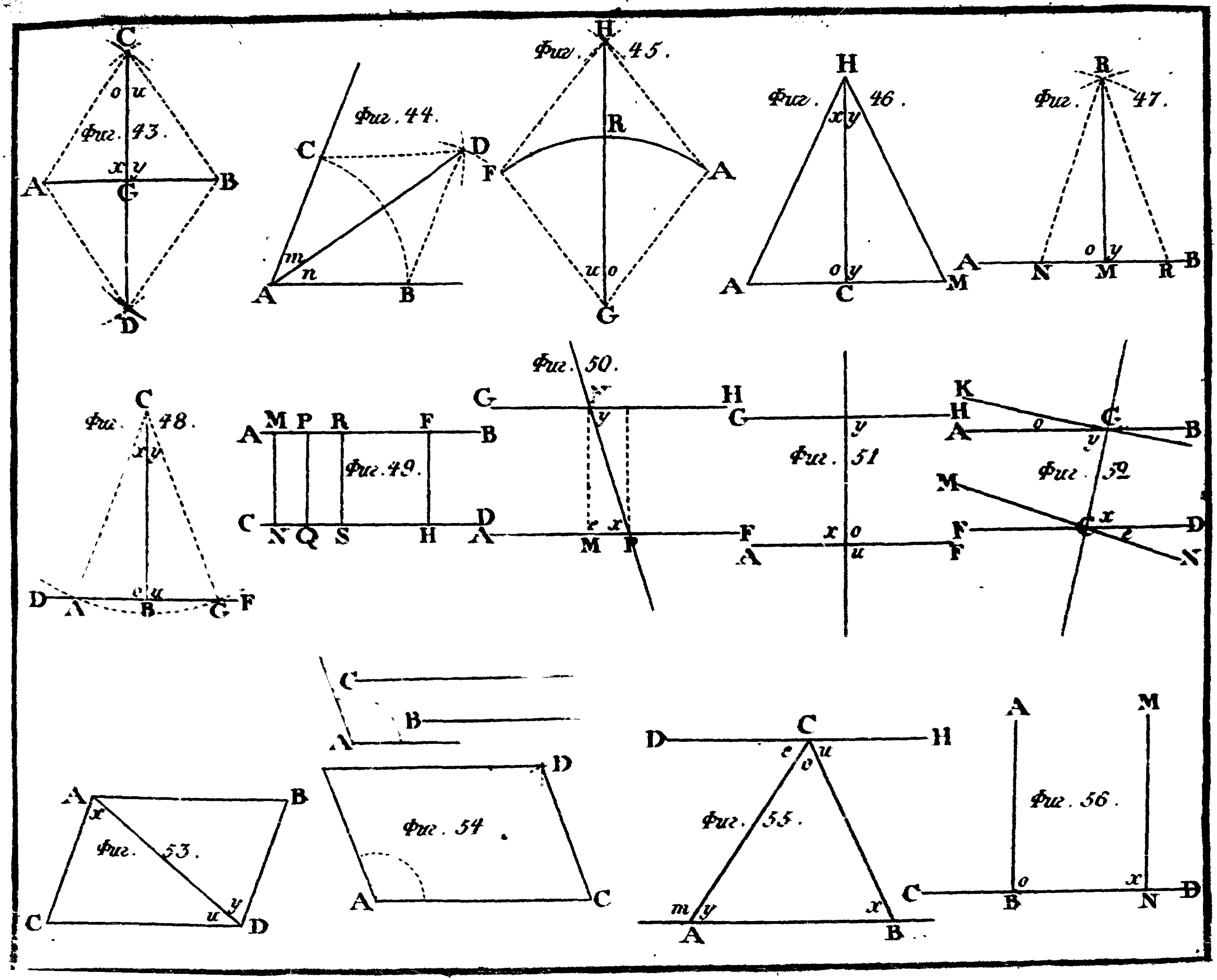

Фиг. 1.
A F
Фиг. 2.
A C B
Фиг. 3.
B C D G
Фиг. 4.
A B
C D
Фиг 5.
G H
D F
Фиг. 6.
A D H
Фиг. 7.
B
Фиг. 8.
C
Фиг. 9
A G o u F H
Фиг. 10
L M
Фиг. 11
A x y C B
Фи 12
F A o y B C x u D G
Фиг 13.
D G a c B H
Фиг 14
A o u B D C
Фи 15
A



Фиг. 16.
D
Фиг. 17
C
A
B
Фиг. 18.
F
D
G
Фиг. 19.
N
M
P
Фиг. 20
H
D
L
Фиг. 21.
M
P
Q
Фиг. 22.
N
A
D
Фиг. 23.
C
B
A
D
Фиг. 24
P
H
Q
R
Фиг. 25.
P
H
S
C
Фиг. 26.
D
H
A
M
Фиг. 27
Q
R
B
S
Фиг. 28
D
N
F
B
C
A
G
Фиг. 29.
D
G
B
C
N
A
R
M
Фиг. 31.
S
T
Q
B
R
N
Фиг. 30.
B
D
C

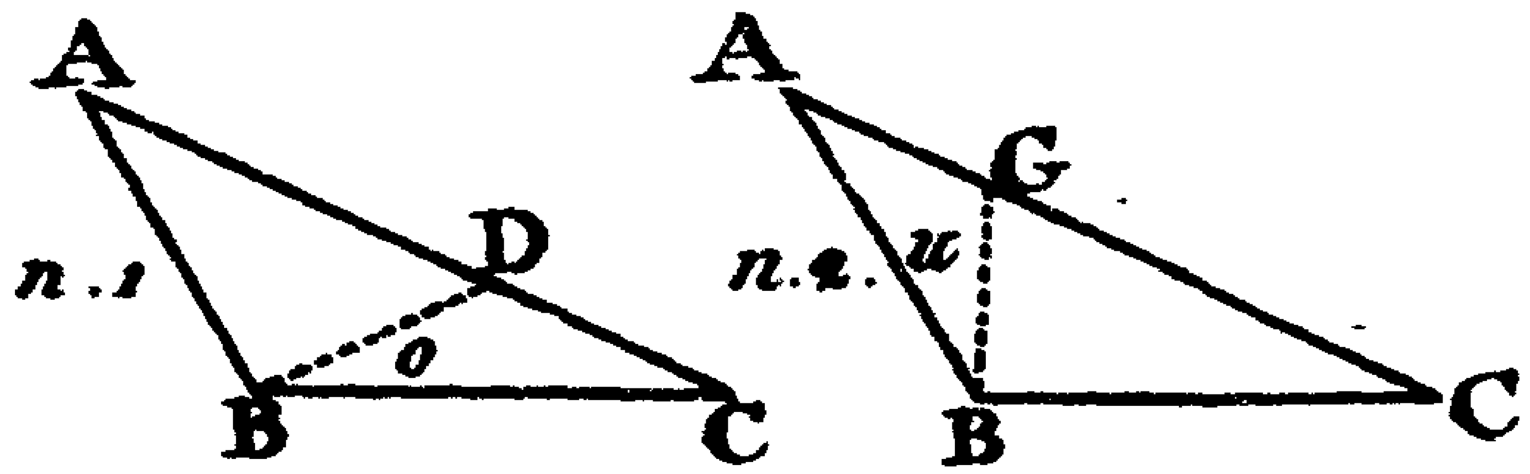


Фиг. 32.
D
A
C
G
B
H
Фиг. 33.
B
b
A
a
o
C
w
x
y
g
G
d
D
Фиг. 34.
D
A
o
C
w
B
Фиг. 35.
D
C
B
A
Фиг. 36.
B
A
C
Фиг. 37.
B
C
C
A
B
Фиг. 38.
H
D
C
m
D
p
q
n
A
B
Фиг. 39
d
a
b
Фиг. 40.
B
D
A
H
F
M
G
Фиг. 41
A
B
F
C
D
Фиг 42.
A
B
A
C
B

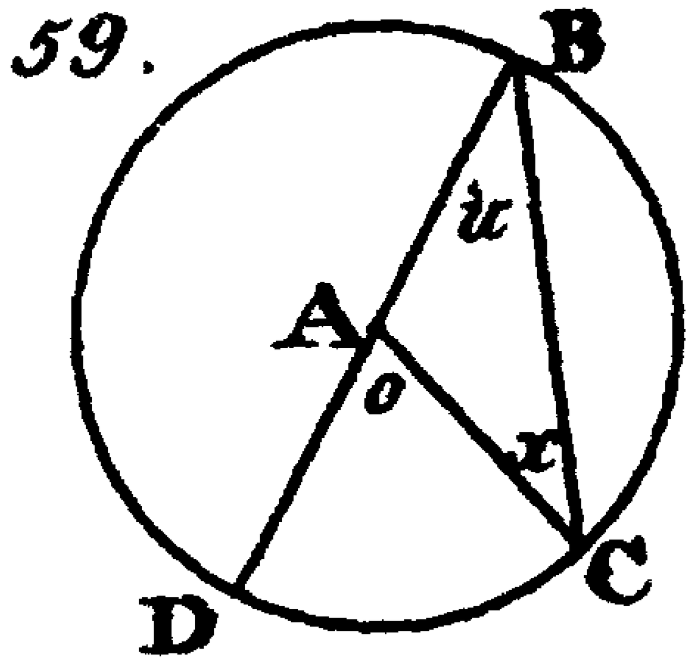


Фиг. 43.
Фиг. 44.
Фиг. 45.
Фиг. 46.
Фиг. 47.
Фиг. 48.
Фиг. 49.
Фиг. 50.
Фиг. 51
Фиг. 52
Фиг. 53.
Фиг. 54.
Фиг. 55.
Фиг. 56.

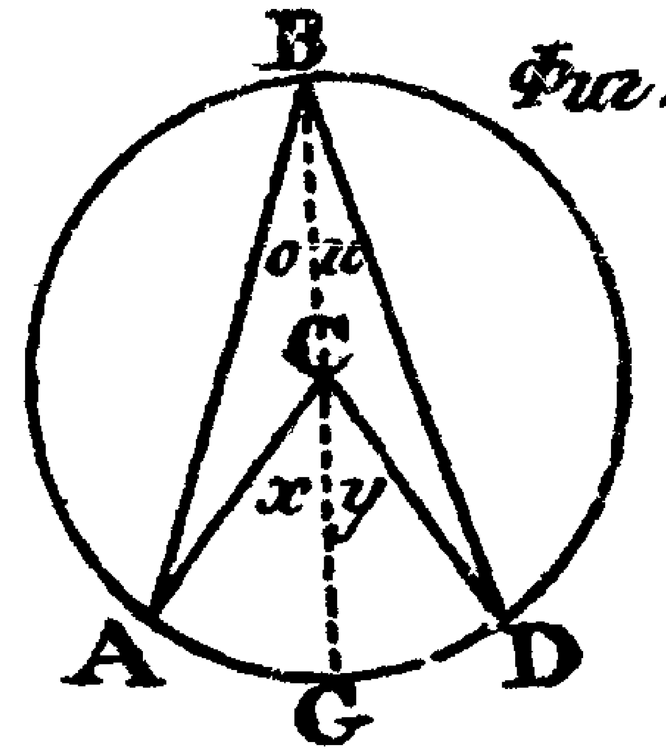
Фиг. 57.



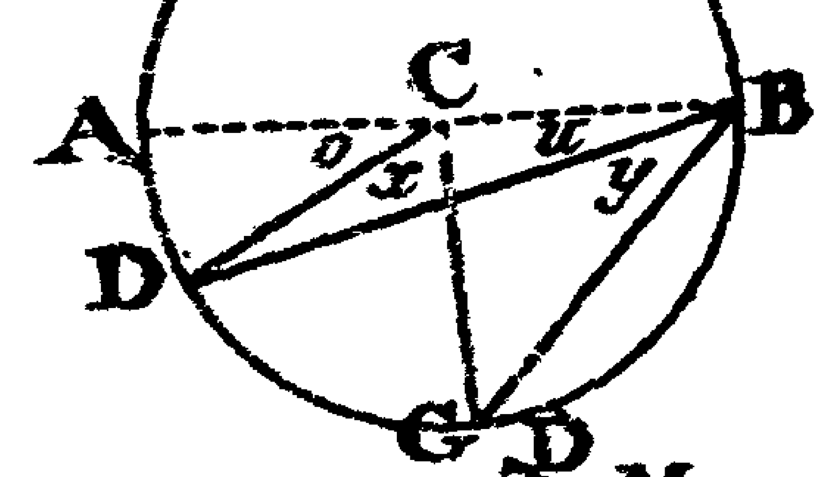
Фиг. 59.



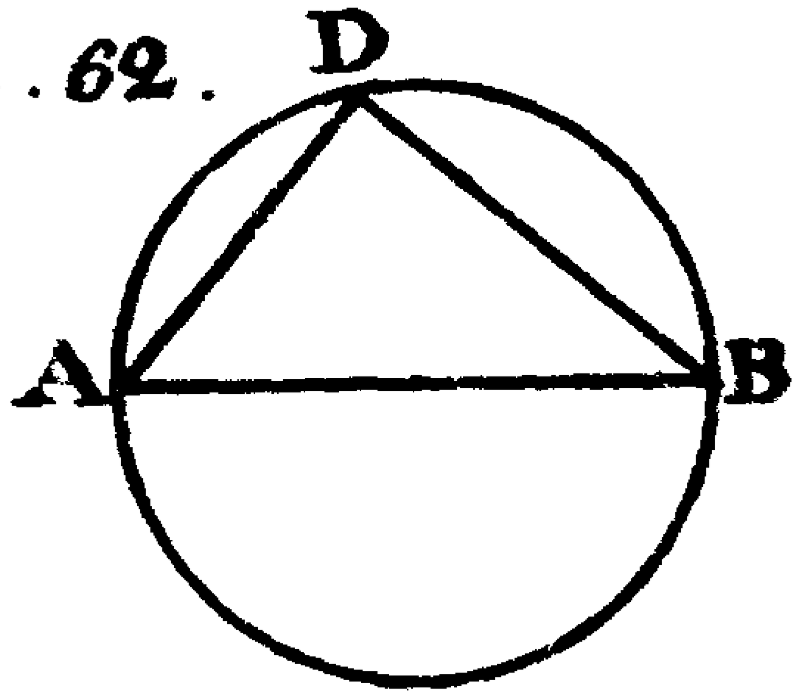
Фиг. 60.



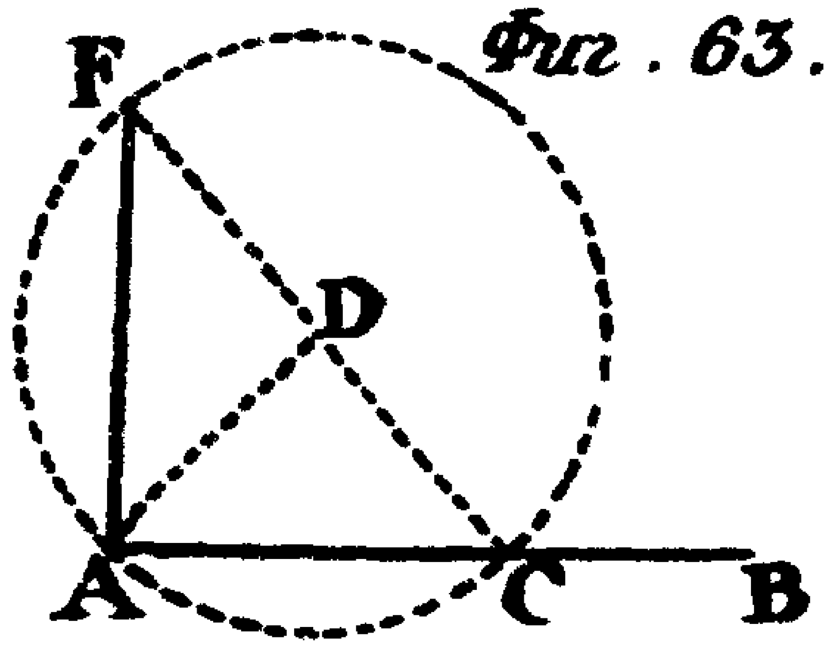
Фиг. 61.



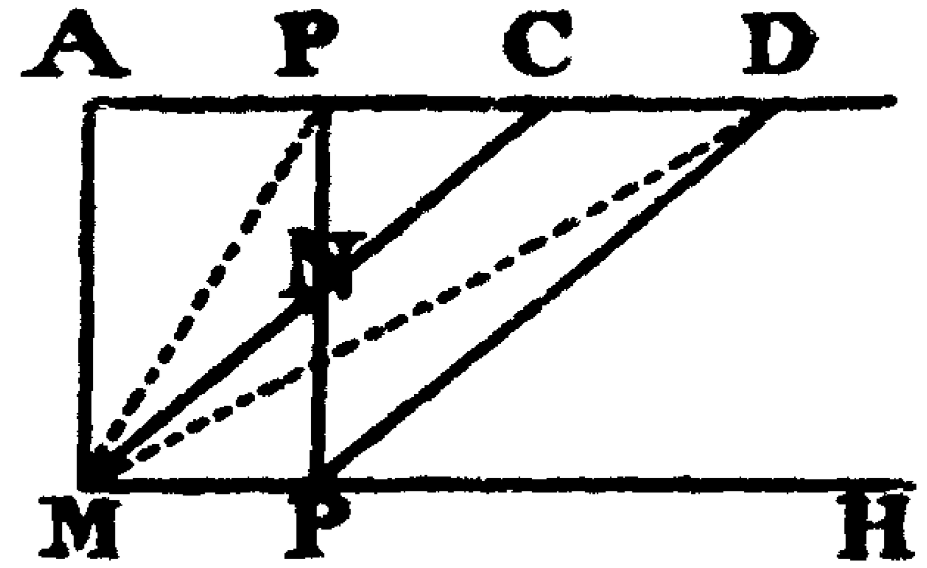
Фиг. 62.



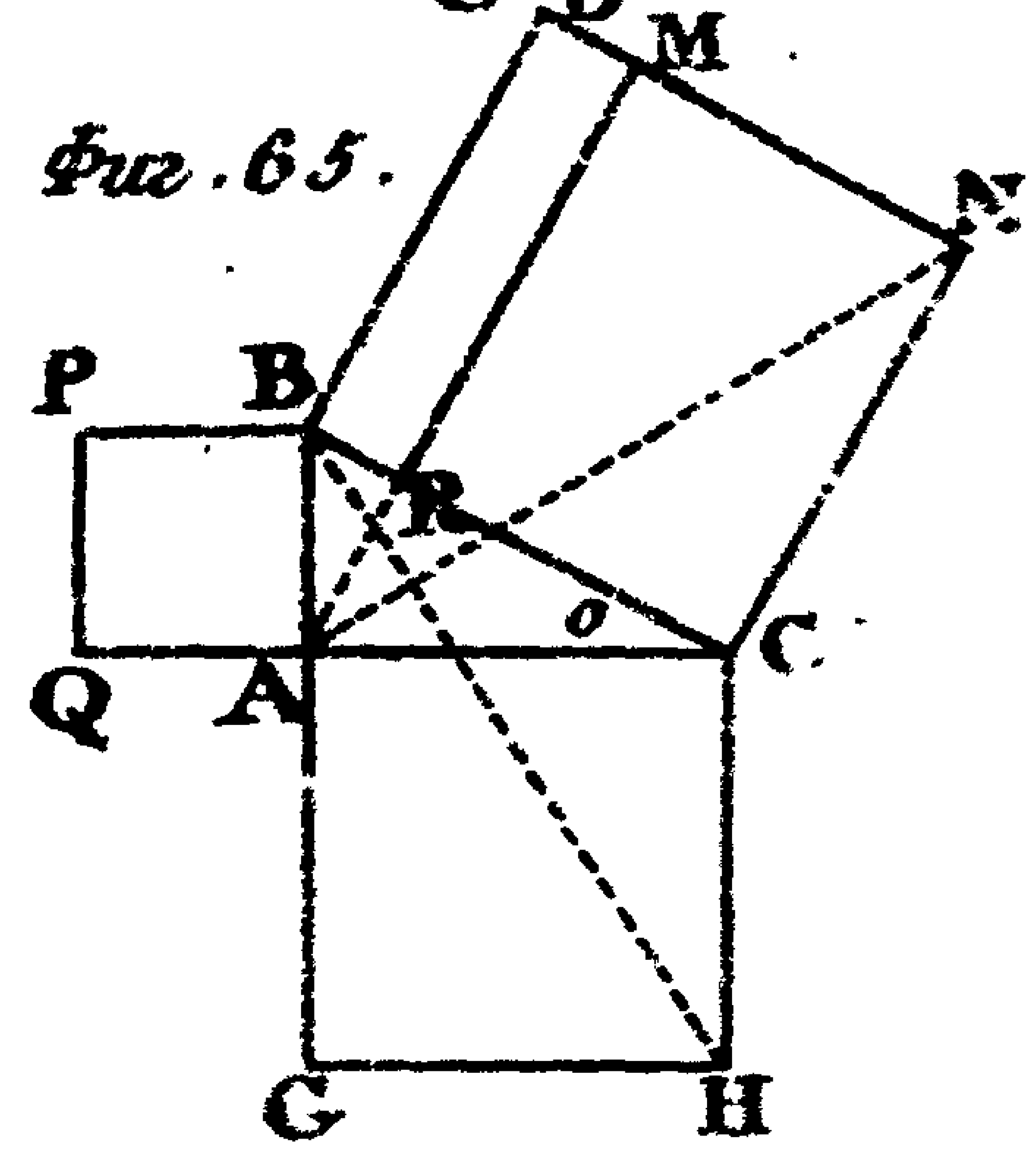
Фиг. 63.



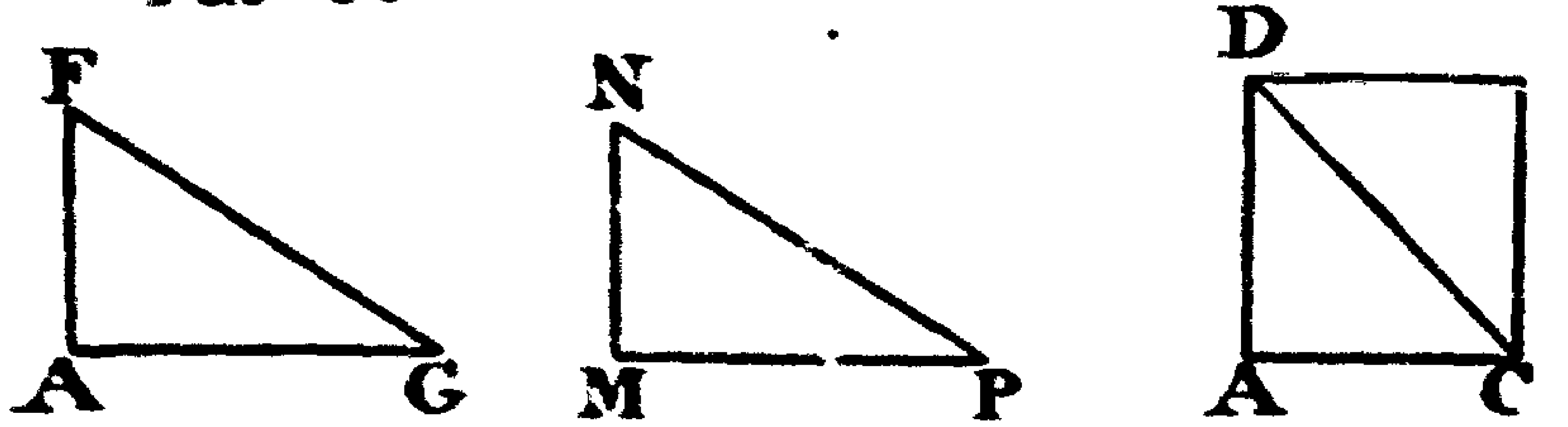
Фиг. 64.



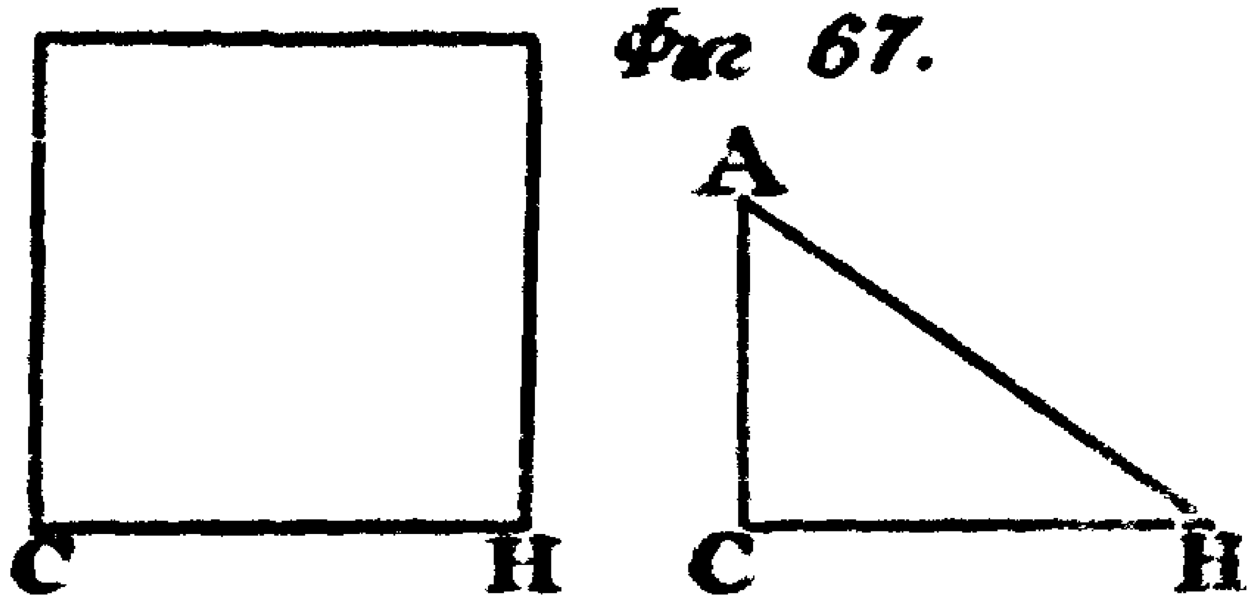
Фиг. 65.



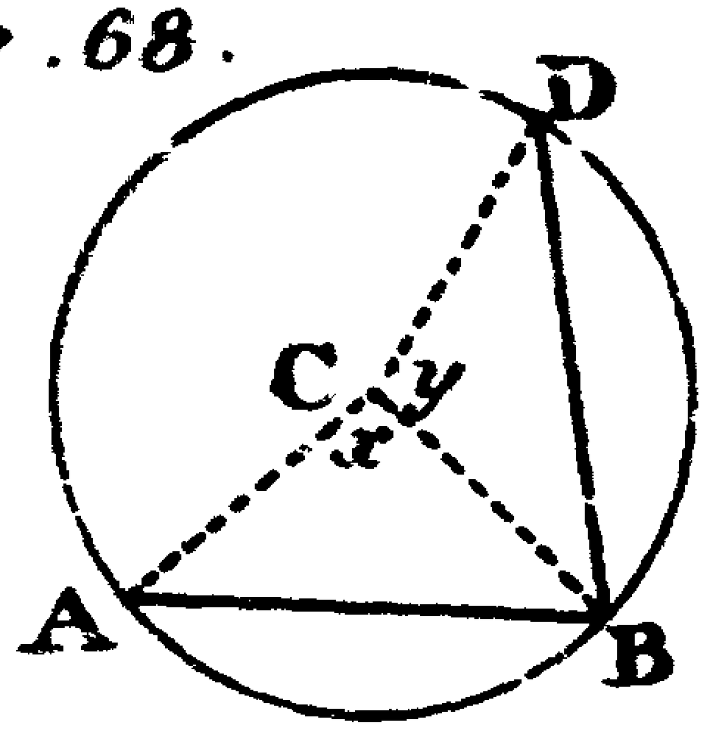
Фиг 66.



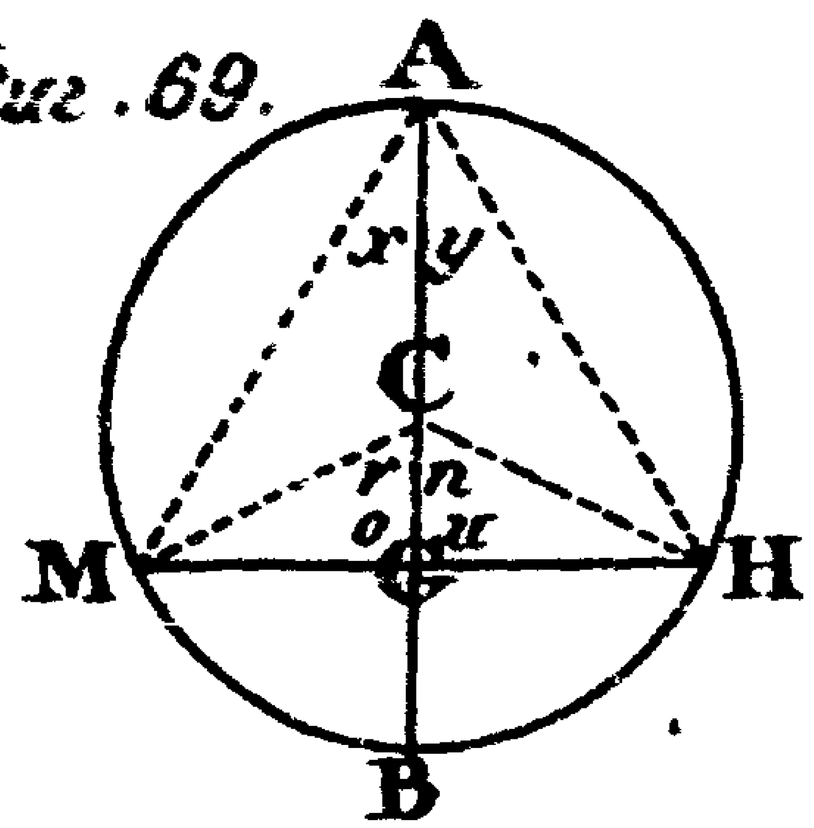
Фиг 67.



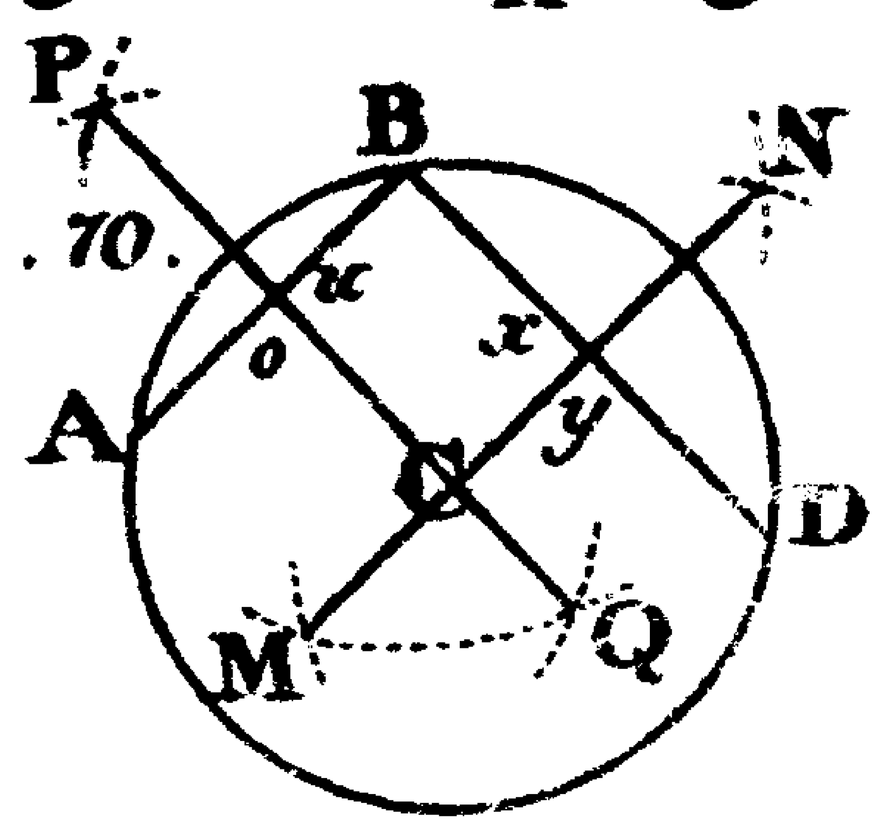
Фиг. 68.



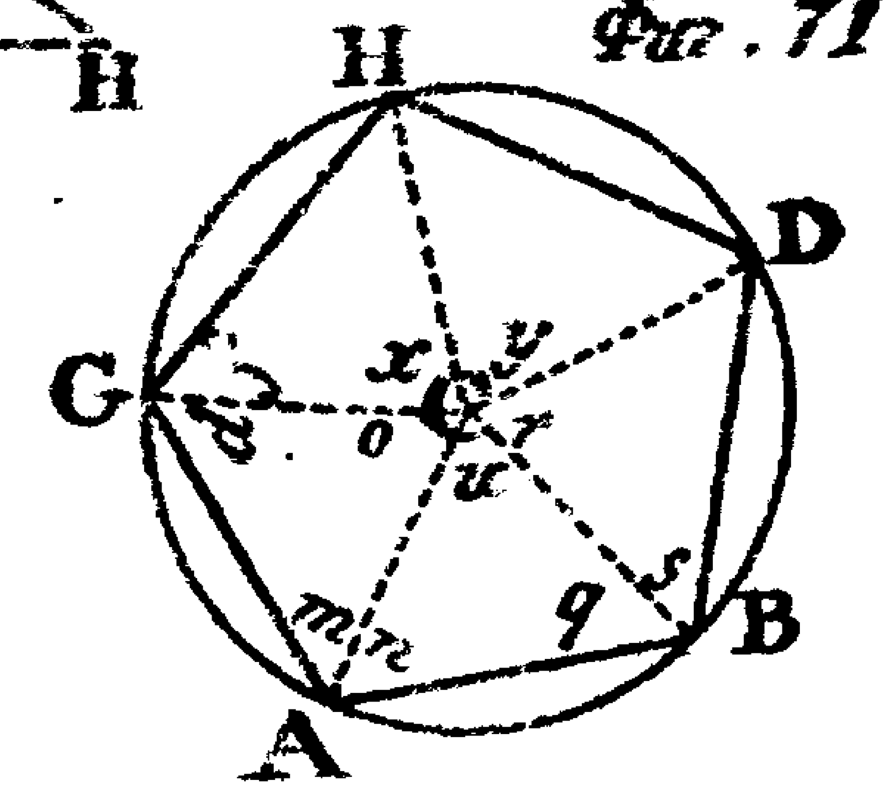
Фиг. 69.

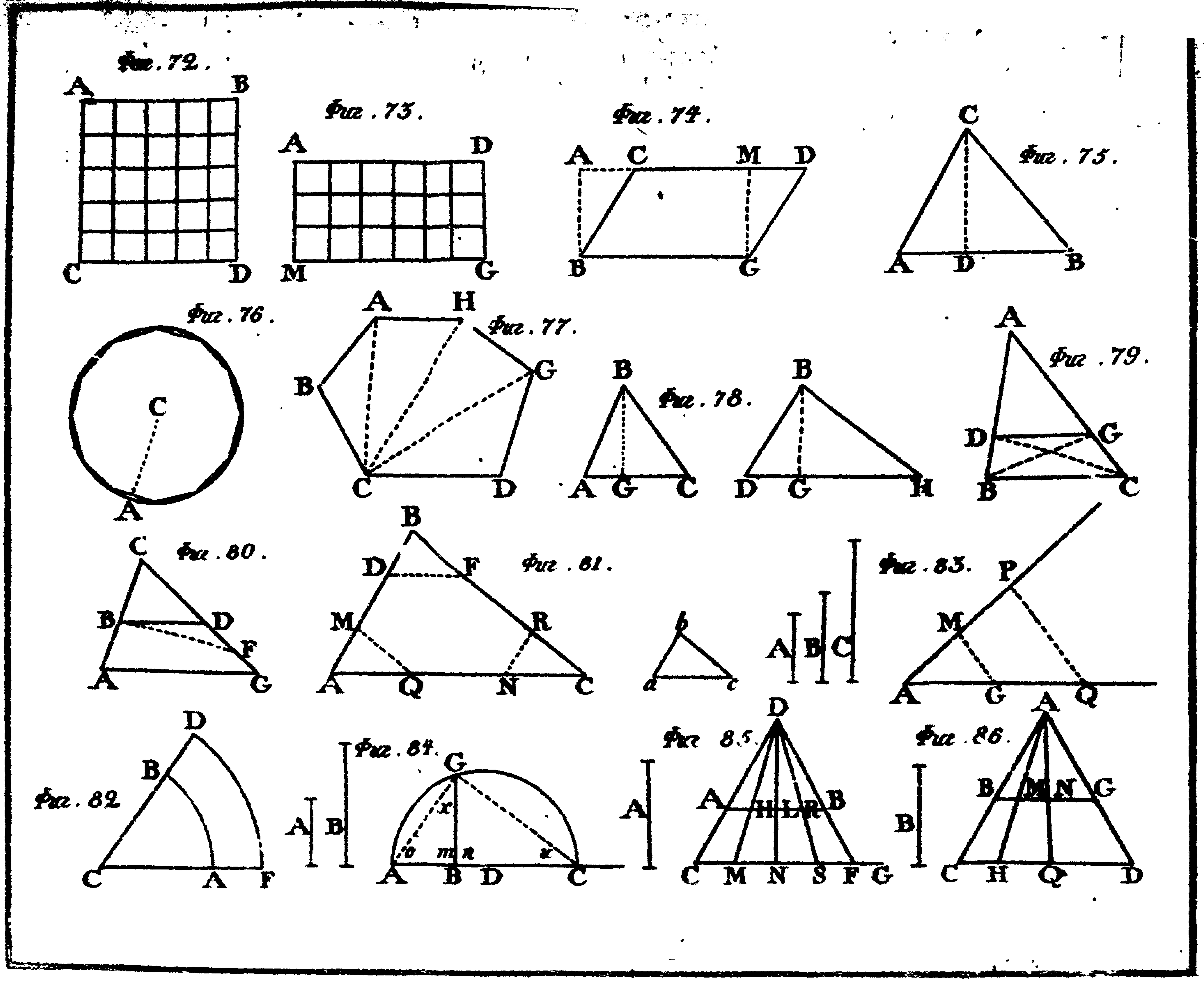


Фиг. 70.



Фиг. 71.




Фиг. 72.
Фиг. 73.
Фиг. 74.
Фиг. 75.
Фиг. 76.
Фиг. 77.
Фиг. 78.
Фиг. 79.
Фиг. 80.
Фиг. 81.
Фиг. 82
Фиг. 83.
Фиг. 84.
Фиг. 85.
Фиг. 86.